

수학적 모델링 과제의 실행과 수정을 통한 현직 교사의 수학적 모델링 교수 역량 신장 사례 분석

정혜윤* · 이경화**†

*한국교육과정평가원 부연구위원, **서울대학교 교수

Promoting In-service Teacher's Mathematical Modeling Teaching Competencies by Implementing and Modifying Mathematical Modeling Tasks

Jung, Hye-Yun* · Lee, Kyeong-Hwa**†

*Associate Research Fellow, Korea Institute for Curriculum and Evaluation, South Korea, hy0501@kice.re.kr

**Professor, Seoul National University, South Korea, khmath@snu.ac.kr

초록. 본 연구에서는 수학적 모델링 과제를 반복적으로 실행하고 수정하는 과정에서 교사의 수학적 모델링 교수 역량이 신장되는 과정을 살펴보고, 향후 수학적 모델링 교수 역량 강화를 위한 교사교육의 방향을 제시하고자 하였다. 연구 참여자는 3년 경력의 현직 교사로, 중학교 3학년 수업 시간에 수학적 모델링 과제를 실행한 뒤 연구자와 함께 실행 결과를 분석하고 과제를 수정하는 과정을 거쳤다. 전 과정을 녹화, 녹음한 자료와 학생들의 활동지, 교사 인터뷰, 연구자의 현장 노트 등의 자료가 수집, 분석되었다. 연구결과, 첫째, 수학적 모델링 과제와 수학적 모델링 과정의 현실성과 복잡성을 개선하기 위해 과제를 간략화, 구체화, 단계화하는 모습이 관찰되었다. 둘째, 반복적인 수학적 모델링 과제의 실행 및 수정 과정에서 네 가지 차원의 수학적 모델링 교수 역량이 신장되는 모습이 관찰되었다. 이때, 수학적 모델링 과제의 실행과 수정은 수학적 모델링에 대한 이론적 지식과 실제 수행 능력을 연결하는 역할을 하였다. 본 연구결과는 수학적 모델링 교수 역량 강화를 위한 교사교육의 방안으로, 이론과 실행의 균형있는 경험, 학생 수준 진단 역량 강화를 위한 교육, 교사연구공동체의 구성을 제안한다.

핵심어: 수학적 모델링 교수 역량, 교사교육, 과제 실행, 과제 수정

ABSTRACT. The purpose of this study is to investigate how teachers demonstrate 'mathematical modeling teaching competencies' (MMTCs) by implementing and modifying mathematical modeling tasks, as well as to suggest how teacher education should support teachers for teaching mathematical modeling. A teacher with three years of teaching experience participated in this study. Data sources include transcripts, student worksheets, interviews and the researcher's field notes. The findings indicate that the participant edited tasks to improve the realism and complexity of mathematical modeling tasks. The edits included simplifying and specifying; the participant also decomposed tasks into multiple subtasks. Through iterative implementations and modifications, the participant improved his MMTCs in four dimensions -- diagnostic, theoretical, task, and instructional dimensions were promoted in relays and cyclically. The implementation and modification of the task contributed to connecting theoretical knowledge and practical competencies to mathematical modeling. The study recommends the following areas of need in order to develop teachers' MMTCs: combining theoretical and practical experiences, improving teachers' diagnostic competencies, and creating teacher-researcher communities.

KEY WORDS: mathematical modeling teaching competency, teacher education, task implementation, task modification

† corresponding author

Received: Jan 09, 2021 / Reviewed: Feb 01, 2021 / Accepted: Feb 04, 2021

1. 서론

수학적 모델링이 수학적 사고력을 강화하고 수학의 실용성을 인식시켜주는 등 인지적, 정의적 측면에서 긍정적인 교육적 효과를 갖고 있음은 잘 알려져 있다(Blum, 2011). 더불어, 최근 여러 나라의 교육과정에 수학적 모델링이 핵심역량으로 제시되고 있다는 사실(Palsdottir & Sriraman, 2017)은 학교 수학에서 수학적 모델링 활동의 적용과 강화가 필요함을 보여준다(Borromeo Ferri, 2018). 학교 수학에서 수학적 모델링 도입의 중요성이 더욱 커지고 있는 것이다.

하지만 실제 학교 수학에서 수학적 모델링을 활용한 교수학습은 잘 이루어지지 못하고 있으며(Choi, 2017), 학생과 교사 모두 수학적 모델링 활동에 어려움을 느낀다(Blum, 2015). 학생뿐 아니라 현직 교사 역시 수학적 모델링 활동에 어려움을 느끼고 있다는 사실은 학교 수학에서의 수학적 모델링 활동을 위해 현직 교사의 수학적 모델링 교수 역량(mathematical modeling teaching competency: MMTC) 강화가 필요함을 보여준다(Borromeo Ferri, 2014, 2018). 학생을 대상으로 한 수학적 모델링의 교육적 효과 연구(Doerr & English, 2003; Kaiser & Stender, 2013; Mousoulides, Christou, & Sriraman, 2008)에서 나아가, 개정 교육과정의 반영과 발전적인 수학적 모델링 활동 수행을 위해 현직 교사를 대상으로 한 교사교육 연구가 필요한 것이다.

이에 따라, 본 연구에서는 현직 교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화 사례를 논의하고자 한다. 특히, ‘수학적 모델링 과제의 실행과 수정’을 수학적 모델링 교수 역량의 강화 방안으로 두고, 반복적으로 수학적 모델링 과제를 실행하고 수정해 나가는 과정에서 교사의 수학적 모델링 교수 역량이 어떻게 강화되는지 살펴보고자 한다.

과제의 실행과 수정을 통한 과제 개발은 여러 선행연구(Boston & Smith, 2011; Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2009; Swan, 2007)에서 교사의 전문성 강화 방안으로 제시된 바 있다. 이들 선행연구에서는 과제 실행과 수정에 교사 지식이 반영될 뿐 아니라, 이를 통해 교사 지식이 변화됨을 보여준다. 본 연구에서는 이러한 관점을 받아들여, 일반적인 과제 실행과 수정의 효과가 수학적 모델링 과제의 실행과 수정에도 적용될 수 있다고 보았다.

한편, 학교 수학에서 학생 지도를 위해 교사에게 요구되는 지식인 교수학적 내용 지식(pedagogical content of knowledge: PCK)은 지도 내용에 따라 다르게 제시된다(Ball, Thames, & Phelps, 2008). 수학적 모델링 지도를 위한 지식 역시 수학적 모델링 활동의 특징에 맞추어 제시될 수 있는데, 이와 관련하여 Borromeo Ferri(2018)는 수학적 모델링 지도를 위한 교사의 PCK를 수학적 모델링 교수 역량으로 보고, 수학적 모델링에 대한 이론(theoretical), 과제(task), 수업(instruction), 진단(diagnostic)의 네 가지 차원(dimension)으로 나누어 제시한 바 있다. 이들 네 가지 차원에 속한 역량이 강화될 때, 교사는 학생들의 수학적 모델링 활동을 효과적으로 지원할 수 있을 것이다.

지금까지의 논의를 종합하여, 본 연구에서는 ‘반복적인 수학적 모델링 과제의 실행과 수정’을 통해 네 가지 차원에서 ‘교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화’를 지원할 수 있음을 제시하고자 한다. 나아가, 이에 대한 분석을 통해 향후 교사교육에서 수학적 모델링 교수 역량 강화 교육의 방향을 제안하고자 한다. 구체적인 연구 문제는 다음과 같다. 수학적 모델링 과제의 반복적인 실행과 수정을 통해 수학적 모델링 과제는 어떠한 방향으로 수정되었으며, 그 과정에서 강화된 수학적 모델링 교수 역량은 무엇인가?

II. 이론적 배경

이 장에서는 첫째, 수학적 모델링의 개념과 과제의 특징을 알아본다. 이는 수학적 모델링 교수 역량을 구성하는 네 가지 차원을 이해하는 배경이 된다. 둘째, 네 가지 차원으로 구성된 수학적 모델링 교수 역량의 의미를 살펴본다. 이는 교사의 수학적 모델링 과제 실행 및 수정 과정에서 드러나는 지식의 변화를 분석하는 틀이 된다.

1. 수학적 모델링의 개념과 과제의 특징

수학적 모델링은 실제 생활을 접하고 탐구하는 기회를 제공함으로써, 수학의 실용성을 인식하고 실생활 현상을 이해 및 예측하도록 하는데 목표를 둔 활동이다(Maaß, 2010). 이와 같은 수학적 모델링의 정확한 개념은 학자에 따라 다양한 표현으로 정의되고 있지만, 여러 연구(Blum & Borromeo Ferri, 2009; Doerr & English, 2003; Mousoulides et al., 2008)에서 공통적으로 제시하는 개념은 수학적 모델링이 현실 세계의 비구조화된 상황으로부터 수학적 모델을 도출하고 도출된 모델로부터 문제의 답을 얻어내는 과정, 즉, 현실과 수학의 순환 과정이라는 것이다. 특히, 연구자들은 현실 세계로부터 최종 모델 산출에 이르기까지의 여러 단계가 반복, 순환적으로 진행된다는 데 의견을 같이 한다(Figure 1 참고).

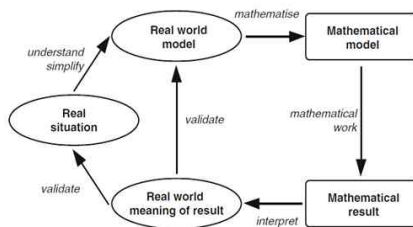


Figure 1. Modeling cycle(Kaiser & Stender, 2013)

수학적 모델링 과제가 갖는 대표적인 특징은 현실성과 복잡성이다(Ärlebäck, Doerr, & O'Neil, 2013; Kim, 2010). 먼저, 수학적 모델링 과제의 현실성은 수학적 모델링이 실세계 맥락을 반영한다는 것을 의미한다(Ärlebäck et al., 2013). 이때, 실세계 맥락은 학생들을 둘러싼 맥락과 관련된 상황이어야 한다(Palsdottir & Sriraman, 2017). 학생들을 둘러싼 실세계 맥락이 주어질 때 학생들은 단순한 설정 상황이 아닌 의미 있는 실제 상황을 접하고 탐구하는 기회를 갖게 되는데, 이는 수학적 모델링 과제의 목표와도 연결된다(Doerr & English, 2003).

다음으로, 복잡성은 단순성과 반대되는 개념으로, 수학적 모델링 과제 맥락의 복잡성과 과제 해결 과정의 복잡성으로 나누어 살펴볼 수 있다. 수학적 모델링 과제 맥락의 복잡성은 과제에 제시된 정돈되지 않은 혼잡한 상황을 의미한다(Maaß, 2010). 수학적 모델링 과제의 비구조화된 실세계 상황 속에 제시된 다양한 조건이 과제의 복잡성을 가져오는 것이다(Mousoulides et al., 2008). 이는 수학적 모델링 과제의 복잡성이 현실성과 연결되어 있음을 보여준다.

과제 해결 과정의 복잡성은 과제 맥락의 복잡성과 연결되는 것으로, Figure 1과 같이 진행되는 수학적 모델링 과정의 각 단계 역시 정돈되지 않은 혼잡한 상황을 반영하고 있음을 의미한다. 나아가 이로 인해 각 단계의 수행 결과가 정해지지 않았으며, 여러 맥락과 조건 등을 고려하여 다양하게 제시될 수 있음을 의미한다. 이는 개방성과 연결되는데(Maaß, 2010), 실제로, Doerr & English(2003)에서 연구 참여자들은 운동화를 선택하는 과제의 실세계 맥락을 각기 다른 방식으로 단순화하는 모습을 보였다. 과제 해결을 위해 운동화의 사이즈, 편안함, 가격 등 다양한 요소에 대한 고려 및 단순화가 필요했는데, 학생별

로 다른 요소를 선택하여 과제를 단순화하였으며 이는 최종적으로 서로 다른 답을 이끌어냈다.

수학적 모델링 과제의 복잡성은 수학적 모델링 과제가 요구하는 높은 인지적 노력 수준과도 연결된다(Maaß, 2010). Mousoulides et al.(2008)에 따르면, 과제의 복잡성은 학생들에게 과제 해석의 어려움을 가져다준다. 이로 인해, 선행연구(Ärlebäck et al., 2013; Galbraith & Stillman, 2006)에서는 복잡한 상황의 이해를 돕기 위해 수학적 모델 구성에 영향을 미치는 주요 요인을 추출해내는 단순화를 제안하기도 하며, 반복적인 반성과 검토를 제안하기도 한다. 이는 Figure 1에 나타난 수학적 모델링 활동의 반복성과 연결된다.

수학적 모델링 활동의 주된 특징인 수학적 모델링 과정의 반복성은 수학적 모델링 과정을 구성하는 여러 단계가 선형적으로 진행되지 않으며, 각 단계의 수행 결과에 대한 반성 및 수정을 거쳐 다시 이전 단계를 수행할 수 있음을 의미한다(Kaiser, 2017). 예를 들어, Galbraith & Stillman(2006)의 연구에서 학생들은 수학적 모델 도출 후 과제에 주어진 실세계 상황에 적용해본 뒤, 적용 결과에 대한 반성을 통해 수학적 모델을 재구성하는 활동을 반복적으로 수행하였다. Doerr & English(2003)의 연구에서는 학생들이 과제의 실세계 맥락을 해석하고 단순화하는 과정을 반복적으로 수행하면서 과제를 새롭게 이해하고 수학적 모델을 재구성하는 모습을 보였다. 수정 및 반성에 따른 수학적 모델링 과정의 반복적인 수행은 모델의 타당성과 정교성을 높이고 학생들의 사고력 향상에 기여하게 된다(Ärlebäck et al., 2013; Mousoulides et al., 2008).

2. 수학적 모델링 교수 역량

수학적 모델링 과제는 학생들에게 높은 인지

적 노력 수준을 요구한다(Blum, 2011). 이로 인해 수학적 모델링 수업 시 학생의 활동을 지원하는 것은 교사의 중요한 역할 중 하나가 되며, 이를 위한 교사의 전문성 강화가 요구된다. 교사의 전문성 강화는 PCK 강화와 연결되는데, PCK는 내용 영역에 따라 조금씩 다르게 나타난다(Ball et al., 2008). 이와 관련하여, Borromeo Ferri(2018)는 수학적 모델링 활동 지도를 위한 PCK는 일반적인 수학적 문제 해결 지도와 다른 특수성을 지닌다고 하였다. 이를 수학적 모델링 교수 역량이라고 하였는데, Borromeo Ferri(2014) 반복적인 실험과 이론 분석을 통해 수학적 모델링 교수 역량을 이론, 과제, 수업, 진단의 네 가지 차원으로 나누고, 각 차원에 속한 역량들을 Figure 2와 같이 제시하였다.

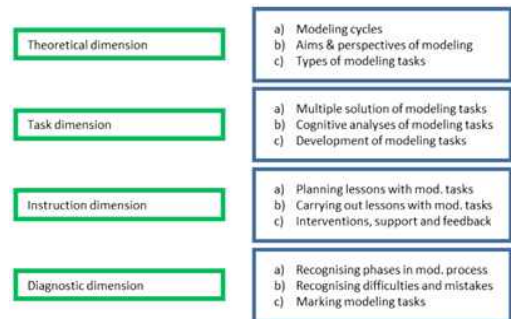


Figure 2. Model for competencies needed in teaching mathematical modeling(Borromeo Ferri, 2014, p. 29)

먼저, 이론적 차원은 수학적 모델링 과정과 수학적 모델링 과제에 대한 지식을 의미하는 것으로, 수학적 모델링 사이클, 수학적 모델링의 목적과 관점, 수학적 모델링 과제의 유형과 같은 수학적 모델링의 본질에 대한 지식을 포함한다(Borromeo Ferri, 2014). 예컨대, 수학적 모델링 활동이 현실과 이론 사이를 오가는 순환적인 과정임을 아는 것, 수학적 모델링 활동이 Figure 1

의 과정으로 구성됨을 아는 것, 수학적 모델링 과제가 앞서 살펴본 현실성과 복잡성 등의 특징을 갖는 과제임을 아는 것 모두 이론적 차원에 해당한다(Borromeo Ferri & Blum, 2010). 이론적 차원은 Ball et al.(2008)이 제시한 PCK 중 내용 지식과 연결된다. Ball et al.(2008)이 내용 지식의 부족이 교사의 교수활동의 제한으로 이어질 수 있다고 강조한 바 있듯이, 교사의 수학적 모델링에 대한 내용 지식의 부족은 수학적 모델링 교수활동을 제한하며, 수학적 모델링의 성공적인 지도를 위해서는 수학적 모델링에 대한 내용 지식을 갖추고 있어야 한다. 즉, 이론적 차원은 수학적 모델링 수업의 지도에 기본 토대가 된다.

다음으로, 과제 차원은 다양한 해법을 이용하여 과제를 해결하고 분석하며 직접 과제를 개발하는 능력을 의미한다(Borromeo Ferri, 2014). 이 역시 Ball et al.(2008)이 제시한 PCK 중 내용 지식과 연결된다. 다만, 이론적 차원이 과제 유형과 특징을 아는 것이라면, 과제 차원은 해당 과제를 직접 해결하고, 개발하는 역량을 의미한다는 데에 차이점이 있다. Boston & Smith(2011)은 과제의 설계와 수행이 교사 지식의 일부라고 하였다. 말하자면, 학생의 수학적 모델링 활동을 지도하기 위해선 교사 스스로 수학적 모델링 과제를 개발하고 해결할 수 있어야 한다.

세 번째로, 수업 차원은 모델링 수업을 설계하고 실행하는 능력과 학생의 모델링 활동 중 적절하게 개입할 수 있는 지식을 의미하는 것으로, 수업 계획, 수업 실행, 간섭 및 지원의 세 가지 역량이 이에 속한다(Borromeo Ferri, 2014). 이때, 수업 실행 역량과 간섭 및 지원 역량은 모두 수학적 모델링 과제를 이용하여 수업을 진행할 수 있음을 의미하는데, 수업 실행 역량이 수학적 모델링 과제를 활용한 수업의 일반적인 진행 능력을 의미한다면, 간섭 및 지원 역량은 수업 실행

중 개입이 필요한 상황을 인지하고 내용, 전략, 정서, 조직 측면에서 학생의 모델링 활동을 지원(Zech, 1998, Borromeo Ferri, 2018, p. 87, 재인용)할 수 능력을 의미한다는 점에서 차이가 존재한다. 이는 Ball et al.(2008)이 제시한 PCK 중 교수법에 대한 지식과 연결된다. 교사는 정서적, 인지적 측면에서의 전략적인 개입을 통해 학생들의 활동을 지원할 수 있어야 한다(Lazowski & Hulleman, 2016; Stender & Kaiser, 2015). 하지만 Borromeo Ferri(2014)에 따르면, 일상 수업에서 전략적 개입이 거의 이루어지지 못하고 있으며, 대부분의 개입이 적절하지 못하게 이루어지고 있다. 이와 관련하여, 수학적 모델링 교사 교육 참여자들이 수학적 모델링 교수법에 대한 지도가 유용했다고 답한 연구 결과(Borromeo Ferri & Blum, 2010)는 교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화를 위해 수업 차원에 속한 역량의 강화가 반드시 필요함을 보여준다.

마지막으로, 진단 차원은 모델링 활동 시 학생의 상황을 파악하고, 해당 상황에서 학생들의 어려움과 실수를 진단하고 채점할 수 있는 역량을 의미한다(Borromeo Ferri, 2014). 진단 차원은 Ball et al.(2008)이 제시한 학생에 대한 지식과 연결된다. 교사는 가르치는 내용에 대한 학생들의 어려움을 알아야 하며, 학생들의 예상 반응을 생각할 수 있어야 한다(Hill, Ball, & Schilling, 2008; Pino-Fan, Godino, & Font, 2018). 한편, 학생들의 어려움은 인지적 측면과 정의적 측면으로 나누어진다(Pino-Fan et al., 2018). 인지적 측면이 과제 해결 전략에 포함된 수학적 내용에 대한 어려움을 포함한다면, 정의적 측면은 과제에 대한 학생의 흥미와 동기 등의 감정적인 어려움을 포함한다.

지금까지의 논의를 바탕으로, 수학적 모델링 지도를 위한 교사의 수학적 모델링 교수 역량은

Table 1. Mathematical modeling teaching competencies

| 차원 | 역량 | | 의미 | 코드 |
|----|-----------------------|------------|--|-----|
| 이론 | 모델링 사이클 | | Figure 1과 같이 여러 단계로 구성된 모델링 사이클에 대한 지식 | Tc |
| | 모델링의 목적과 관점 | | 수학적 모델링이 현실과 수학 사이의 이전 활동임을 설명할 수 있는 지식 | Ta |
| | 모델링 과제 유형 | 현실성을 갖는 과제 | 수학적 모델링 과제 유형의 특징인 현실성에 대한 지식 | Ttr |
| | | 복잡한 과제 | 수학적 모델링 과제 유형의 특징인 복잡성에 대한 지식 | Ttc |
| 과제 | 모델링 과정의 다양한 풀이 | | 다양한 풀이법을 이용한 모델링 과제의 해결 능력 | Tm |
| | 수학적 모델링 과제의 인지적 분석 | | 수학적 모델링 과제의 인지적 수준 분석 능력 | Teg |
| | 수학적 모델링 과제 개발 | | 수학적 모델링 과제 개발 능력 | Td |
| 수업 | 수학적 모델링 과제를 이용한 수업 계획 | | 수학적 모델링 수업의 계획 능력 | lp |
| | 수학적 모델링 과제를 이용한 수업 실행 | | 수학적 모델링 수업의 실행 능력 | lc |
| | 개입, 지원과 피드백 | | 수학적 모델링을 수행 중인 학생의 반응에 반응하고 적절히 개입할 수 있는 지식 | li |
| 진단 | 수학적 모델링 과정에서 단계 인식 | | 학생이 수행 중인 수학적 모델링 단계 파악하는 능력 | Dp |
| | 학생의 어려움과 오류 진단 | 인지적 | 수학적 모델링 활동 과정에서 학생이 갖는 인지적 어려움과 오류에 대한 인식 능력 | Ddc |
| | | 정의적 | 수학적 모델링 활동 과정에서 학생이 갖는 정의적 어려움과 오류에 대한 인식 능력 | Dda |
| | 수학적 모델링 과제 채점 | | 수학적 모델링 과제를 채점할 수 있는 능력 | Dm |

Table 1과 같이 나타낼 수 있다. 즉, 수학적 모델링 교수 역량의 개발은 Table 1에 제시된 역량의 강화와 연결된다.

Blum(2015)에 따르면, 네 가지 차원의 역량은 분리되지 않으며, 교사교육을 통해 서로 연결되어 신장된다. 예를 들어, 수학적 모델링의 과정과 각 단계를 파악하는 이론 차원과 수학적 모델링 과제의 인지적 수준을 분석하는 과제 차원의 강화는 학생 활동의 어려움을 인지하고 학생 활동에 전략적으로 개입할 수 있게 하는 진단 차원과 수업 차원의 강화로 이어진다(Borromeo Ferri, 2014, 2018). 또한, Sullivan, Clarke, & Clarke(2013)는 교사가 학생들의 어려움에 대한 지식을 가질 때, 과제를 간략화 혹은 구체화하거

나 인지적, 정의적 참여를 강화하는 방향으로 교수법을 변화시킬 수 있다고 하였다. 즉, 학생의 인지적, 정의적 측면에 대한 진단 차원이 강화된다면, 과제 개발이 이루어지는 과제 차원의 강화와 인지적, 정의적 측면의 전략적인 간섭이 이루어지는 수업 차원의 강화가 함께 이루어질 수 있을 것이다.

Blum(2015)은 지식에서 행동으로의 변화가 자동적으로 나타나지 않는다고 하였다. 아는 것과 행하는 것은 다르며, 학습자의 수준을 해석하고 학생들이 이해할 수 있는 과제를 설계 및 실행하는 것은 이론적 지식과는 다른 높은 숙련도를 요구한다(Edwards, 2001). 수학적 모델링 과제의 반복적인 해결을 통해 학생의 수학적 모델링 역

량이 강화될 수 있듯이(Blomhøj & Kjeldsen, 2006), 반복적인 수학적 모델링 과제의 실행 및 수정을 통해 교사의 수학적 모델링 교수 역량이 개발될 수 있을 것이다(Borromeo Ferri, 2018). 본 연구에서는 이와 같은 이론적 검토를 바탕으로, 실제 반복적인 수학적 모델링 과제의 실행 및 수정 과정에서 수학적 모델링 교수 역량이 강화되는 사례를 분석하고자 한다.

III. 연구방법

사례연구는 연구자가 이해하고자 하는 사례 및 현상을 분석하여 그에 대한 심층적인 이해와 시사점을 얻기 위해 수행되는 연구로, 결론, 변수, 확증보다 과정, 맥락, 발견에 관심을 둔다(Creswell, 2007, 2014). 본 연구는 반복적인 과제 실행과 수정을 통한 현직 교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화 사례를 분석하는데 목표를 둔다. 교사의 전문성 강화 과정과 맥락에 초점을 두고 그 특징을 추출한 뒤, Borromeo Ferri(2014, 2018)가 제시한 네 가지 차원의 수학적 모델링 교수 역량 강화를 위해 요구되는 교사교육의 시사점을 제안하고자 하는 것이다. 이는 그동안 현장 연구가 부족했던 분야인바, 한 가지 사례를 집중적으로 분석하는 것이 필요하다. 또한, 결과, 변수, 확증보다 과정, 맥락, 발견에 초점을 두는바, 사례연구가 적합하다.

1. 연구 참여자 및 연구맥락

본 연구의 참여자인 김교사는 3년 경력의 현직 교사로, 대학원 석사과정의 재학생이기도 하다. 그는 학부생과 대학원생 시절 수학적 모델링의 개념을 학습한 경험이 있으며, 수학적 모델링

의 의미 및 복잡성, 현실성과 같은 과제의 특징에 대한 기초적인 지식, 그리고 수학적 모델링 활동에 대한 긍정적인 태도를 가지고 있었다. 하지만, 김교사는 수학적 모델링 과제를 실제로 접해본 경험이 부족하고, Figure 1과 같은 수학적 모델링 과정과 순환성에 대한 정확한 지식을 갖고 있지 않았으며, 학생의 수준에 맞게 과제를 개발하고 수업을 구성하는 데 어려움을 갖고 있었다. 실제로, 그는 과거에 수학적 모델링 수업을 시도하였으나 학생들의 반응을 이끌어내고 수학적 모델을 도출하도록 하는 데 실패한 경험이 있다고 하였다. 요약하자면, 김교사는 수학적 모델링에 대한 긍정적인 태도를 지녔지만, 수학적 모델링 과제 유형을 제외한 이론 차원의 역량, 그리고 과제, 수업, 진단 차원의 역량이 부족한 상황이었다. 김교사는 본 연구에의 참여를 통해 수학적 모델링 교수 역량, 특히 본인에게 부족한 역량인 과제, 수업, 진단 역량을 강화하려는 바람을 가지고 있었다. 학생들 수준에 적절하고 흥미를 유발할 수 있는 수학적 모델링 과제를 개발함과 더불어 성공적인 수학적 모델링 수업을 수행하는 역량을 향상시키고 싶다는 바람을 가지고 있었다.

본 연구의 참여 학생은 중학교 3학년 4개 학급에 속한 학생 80명으로, 각 학급은 20명의 학생으로 구성되었다. 연구는 학년 말에 진행되었으며, 당시 학생들은 중학교 교육과정을 모두 이수한 상태였다. 학생들의 인지적 수준과 정의적 태도는 다양하게 분포하였는데, 전반적인 인지적 수준은 낮았으며, 정의적 태도는 수학의 필요성은 인지하나 어렵다고 느껴 좋아하지는 않았다.

김교사는 과제와 활동지를 실행 후 수정하는 과정을 4개 학급에서 각각 한 번씩, 총 4회에 걸쳐 반복적으로 수행하였다. 각 수업의 종료 후, 교사연구공동체 내의 적용 결과에 대한 논의 과

정에서 과제와 활동지의 수정이 이루어졌으며, 다음 수업은 수정된 과제와 활동지로 진행되었다. 구체적인 과정은 Figure 3과 같다.



Figure 3. The process of implementing and modifying tasks

과제 적용 시, 본 연구의 1저자는 관찰자로 참여하면서 현장 노트를 작성하였다. 과제 수정 시, 연구자는 관찰 결과와 과제의 의도를 토대로 김교사에게 과제 적용 시의 문제점을 질문하거나 직접 제시함으로써 김교사의 과제 수정을 안내하는 역할을 하였다. 연구자의 질문에 답하거나 연구자가 직접 제시한 문제점을 토대로, 김교사는 과제 적용 과정을 반성하고 문제점 개선을 위한 과제 수정 방향을 제시하였다. 말하자면, 연구자는 김교사에게 잠재되어 있거나 부족한 수학적 모델링 교수 역량을 자극하여, 역량이 발현되고 강화되도록 안내하는 역할을 하였다.

2. 수학적 모델링 과제 및 수업 설계

초기 수학적 모델링 과제와 학생 활동지는 각 Figure 4, Table 2와 같다. 초기 과제는 본 연구의 연구자에 의해 개발된 것으로, 수학 교사와 수학교육 연구자로 구성된 교사연구공동체에 속한 전문가들의 검토를 거쳐 개발되었다. Figure 4의 과제는 자료의 수집 및 해석 영역에 속하는 과제로, 주어진 조건에 맞추어 과자별로 제시된 자료를 해석한 뒤, 필요한 자료를 수집 및 종합하는 과정을 요구한다. 자료를 종합하여 문제에

서 요구하는 최고의 과자를 구하는 과정에서 수학적 모델로서 산술평균, 기중평균, 최빈값 등의 수학적 모델이 활용될 수 있다. 수학적 모델링 과제의 특징인 현실성과 복잡성을 반영하기 위해, 학생들이 자주 접하는 과자를 소재로 하고 여러 가지 과자 선정 기준을 제시하였다.

군것질을 좋아하는 친구 승연이가 여러분에게 간식으로 먹을 ‘최고의 과자’ 3개를 선정해 달라고 도움을 요청하였습니다. 승연이가 아래와 같은 기준으로 과자를 선택한다고 할 때, 여러분은 어떤 과자를 추천하겠습니까? 주어진 10개의 과자에 표기된 정보를 분석한 결과를 바탕으로, 타당한 이유와 함께 최고의 과자를 추천하는 편지를 작성해 봅시다. 승연이가 여러분의 의견을 받아들일 수 있도록 최고의 과자를 선정한 방법에 대해 자세히 작성해야 합니다.

1. 살이 많이 찌는 간식은 피하고 싶어 한다.
2. 전체 금액도 중요하지만, 양에 비해 너무 비싼 과자는 좋아하지 않는다.
3. 건강을 위해 영양성분을 확인하는 편이다.
4. 화학제품(유화제, 합성향료, 산도조절제 등)이 많이 첨가된 과자는 되도록 안 먹으려고 노력한다.

Figure 4. Initial mathematical modeling task

Table 2는 Figure 4를 해결하는 과정에서 필요한 활동을 제시한 과제들로, 각 과제는 Figure 1의 수학적 모델링의 각 단계를 수행할 수 있도록 개발되었다(Borromeo Ferri, 2018). ‘타당화’ 단계를 반영하기 위해, ‘3번에서 확인한 과자별 정보를 4번에서 선정한 우선순위에 맞추어 모둠원들과 함께 검토해봅시다.’ 등 활동에 대한 반성을 유도하는 문항을 구성하였다.

Figure 4와 Figure 2를 반영한 수업은 각 반에서 45분씩 3차시에 걸쳐 진행되는 것으로 설계

Table 2. Initial tasks in student's worksheets

| 활동지 | 문항별 과제 | 모델링 과정 |
|-----|---|--|
| 1 | 1번 : 어떠한 상황인가요? 문제가 되는 상황은 무엇인지, 머릿속에 떠오르는 상황을 모둠 친구들과 함께 이야기해 봅시다. | 이해하기(understand) |
| | 2번 : 각 기준에 맞는 과자를 선택하기 위해 어떠한 정보가 필요한지 모둠원들과 함께 이야기해 봅시다. 가능한 많은 정보를 제시합니다. | |
| 2 | 3번 : 2번에서 필요하다고 생각한 정보를 모든 과자에 대해서 모둠원들과 함께 구해봅시다. 구한 정보를 식, 그래프, 표 등 다양한 수학 표현을 이용하여 제시합니다. 예를 들어, 기준1에 맞는 과자를 선택하는데 필요한 정보가 열량이라고 생각한다면, '필요한 정보 : (열량)'을 기재하고 모든 과제의 열량을 수집한 뒤 수집한 값들을 표나 그래프로 표현합니다. | 이해하기(understand), 단순화하기(simplify) |
| 3 | 4번 : 3번 문항의 결과를 바탕으로, 3번 문항에서 필요한 정보로 제시한 7개 정보의 우선순위를 모둠원들과 함께 정해봅시다. 그 이유를 3번 문항에서 사용한 수학 표현을 이용하여 제시합니다. | 단순화하기(simplify) |
| | 5번 : 3번에서 확인한 과자별 정보를 4번에서 선정한 우선순위에 맞추어 모둠원들과 함께 검토해봅시다. 아래의 분석기준에 4번에서 선정한 우선 순위를 순서대로 제시하고, 각 분석기준에 따라 때 어떤 과자를 선정할 수 있는지 3번을 참고하여 적습니다. 예를 들어, 4번에서 '열량·가격·지방' 순으로 우선순위를 정하였다면, '(1) 분석기준 (열량)에 따른 과자 선정'을 제시한 뒤 열량을 기준으로 할 때 선정될 수 있는 과자의 순서를 제시합니다. | |
| 4 | 6번 : 지금까지 확인한 과자별 정보와 정보의 우선순위를 종합적으로 이용하여, 모둠원들과 함께 최고의 과자를 선택하고 선택한 이유를 말해봅시다. | 수학화(mathematise), 수학적 해결 (mathematical work), 해석하기(interpret) |
| | 7번 : 6번의 결과를 바탕으로 타당한 근거와 함께 최고의 과자를 추천하는 편지를 모둠별로 제공된 A4 용지에 작성해 봅시다. | |

되었다. 각 학급에 속한 20명의 학생들은 4명씩 한 조가 되어 총 5개 조를 구성하였으며, 집단 중심으로 자유로운 의견 교환을 통해 활동을 수행하였다. 교사는 집단 내 상호작용을 강조하면서 협동적, 학습자 중심적, 모델링 활동에 긍정적인 수업환경을 조성하고, 적극적인 참여를 유도하고자 하였다(Blum, 2015). 또한, 필요에 따라 학급 전체 혹은 각 집단을 대상으로 발문하면서 활동 방향을 안내하였다(Lesh & Doerr, 2009). 학생들에게는 인터넷 사용이 가능한 전자기기를 제공하여, 과제 해결에 필요한 정보를 자유롭게

검색할 수 있도록 하였다.

3. 자료 수집 및 분석

사례연구의 신뢰성과 타당성을 높이기 위해 수업 장면의 녹음, 녹화 및 전사 자료, 학생과 교사의 활동지 필기 자료, 교사 인터뷰, 연구자의 현장 노트 등의 다양한 자료를 수집하였다. 먼저, 반복적인 과제 실행이 이루어진 수업의 전 과정은 교사의 활동을 중심으로 녹음 및 녹화되었으며, 학생들의 활동은 학생들의 동의 여부에

따라 녹음만 되거나 녹음과 녹화가 동시에 진행되었다. 녹음 및 녹화된 자료는 모두 전사되었다. 둘째, 학생들의 활동지와 교사가 수업 시간 중 활동지에 필기한 자료를 모두 수거하여 스캔하였다. 셋째, 과제 실행 후 이루어진 과제 수정 과정과 전체 수업이 끝난 후 이루어진 교사와의 사후 인터뷰는 모두 녹음한 뒤 전사하였다. 녹음 및 녹화된 자료의 전사 시, 교사는 T, 연구자는 R, 학생은 S로 기록한다. 교사의 경우, 반복적인 수업 및 인터뷰의 구별을 위해, 과제 실행 과정에 대한 전사는 T_i로, 과제 수정 과정에 대한 전사는 T_m으로, 사후 인터뷰는 T로 기록한다. 전사 번호는 ‘과제 실행 혹은 수정 순서-발언 순서’로 기록한다. 예를 들어, 교사가 첫 번째 과제 수정 과정에서 열네번째로 ‘동기, 이 상황 자체에 대해서 지금 먹고 싶어 하는 걸 소개시켜 줄 건데 그냥 자기가 맛있는 거를 해주면 안 되나?’라는 발언을 했다면, ‘1-14 T_m: 동기, 이 상황 자체에 대해서 지금 먹고 싶어 하는 걸 소개시켜 줄 건데 그냥 자기가 맛있는 거를 해주면 안 되나?’로 전사한다. 마지막으로, 연구자의 현장 노트는 수업 관찰 과정에서 작성되었다.

위에서 수집한 다양한 자료를 다음의 절차로 분석한다. 첫째, 모든 자료를 읽고 자료의 삼각검증을 통해 상황을 정확하게 파악한다. 둘째, 선행연구(Doerr & English, 2003; Kaiser, 2017)에서 제시한 수학적 모델링 과제의 특징인 수학적 모델링 과제 맥락의 현실성과 복잡성, 수학적 모델링 과제 해결 과정의 반복성을 토대로, 과제 수정 과정에서 나타난 과제 수정의 논점을 확인한다. 셋째, 도출된 논점을 중심으로, 과제의 실행 및 수정 과정을 반복적으로 검토한다(Wilkerson & Laina, 2018). 본 연구의 목적은 과제의 실행 및 수정 과정 자체가 아닌 그 과정에서 강화된 교사의 수학적 모델링 교수 역량인바,

Table 2의 수학적 모델링 교수 역량을 분석틀로 하여 수집한 자료를 분석한다. 수정된 과제, 교사의 변화된 발문과 수업 진행 및 이에 대한 연구자의 현장 노트, 인터뷰 내용 등은 교사의 강화된 역량을 보여주는 증거물이 된다. 넷째, 위의 과정을 연구자들의 해석에 대한 충분한 자료가 제시될 때까지 반복적으로 수행한다(Ben-Zvi & Arcavi, 2001).

연구의 타당성과 신뢰성을 높이기 위해 과제가 실행 및 수정되는 과정에 대한 자료 출처의 다양화 외에 풍부한 서술을 제시한다(Creswell, 2014). 이는 연구의 추적가능성을 높여준다. 또한, 연구 참여자와 동료에게 전사 자료와 해석 결과를 보고한 뒤, 해석 결과에 대해 의견이 불일치하는 부분은 논의를 거쳐 조정한다.

IV. 연구결과

연구결과, 김교사의 수학적 모델링 과제 수정은 크게 수학적 모델링 과제 자체에 대한 수정과 과제 해결을 위한 수학적 모델링 과정을 지원하는 활동지의 보조 과제에 대한 수정으로 이루어졌다. Figure 4에 제시된 수학적 모델링 과제 수정의 경우, 과제의 현실성과 복잡성을 반영하는 과정에서 과제에 제시된 조건의 개수 등을 줄이는 간략화가 이루어졌다. Table 2에 제시된 수학적 모델링 과정을 지원하는 보조 과제 수정의 경우, 수학적 모델링 과정의 복잡성과 반복성을 반영하는 과정에서 보조 과제의 간략화, 과제를 더 구체적인 과제로 수정하는 구체화 및 한 개의 문항을 여러 개의 보조 문항으로 제시하는 단계화가 이루어졌다.

연구방법에서 살펴보았듯이, 김교사는 수학적 모델링 과제의 복잡성과 현실성에 대한 기초 지

식을 지니고 있었는데, 과제의 실행 및 수정 과정에서 자신이 알고 있는 지식을 토대로 학생들의 어려움을 해석하고 이를 해결하기 위한 방안을 모색하는 모습을 보였다. 아래에서는 과제 실행 및 수정 과정에서 교사의 네 가지 측면의 수학적 모델링 교수 역량이 어떻게 강화되어 나가는지 살펴본다.

1. 수학적 모델링 과제의 현실성과 복잡성 개선 과정에서 강화된 수학적 모델링 교수 역량

Figure 4 과제의 1차 실행이 이루어진 뒤 1차 수정 과정에서, 교사는 주어진 과제 맥락의 현실성과 복잡성 및 이와 관련한 학생들의 어려움을 언급하였다. 연구자의 현장 노트에도 학생들이 과제의 현실성과 복잡성 측면에서 어려움을 갖고 있음이 기재되어 있었다. 이에 따라, 1차 수정 시 논의의 초점은 과제 맥락의 현실성과 복잡성에 맞추어졌다.

먼저, 수학적 모델링 과제의 특징 중 하나인 과제 맥락의 복잡성이 우선적으로 검토되었다.

- 1-7 R : 학생들이 이해하기 어려웠던 것 같은데, 선생님께서는 어떤 점이 문제점으로 느껴졌어요?
- 1-8 Tm : 문제에서 요구하는 바도 생각보다 많아서 애들이 힘들어하다가 지쳐 가는 것 같았는데. 문제 자체가 너무 범주화가 안되어서.
- 1-9 R : 전체적으로 하라고 하는 게 많고, 그것에 대한 구체화가 덜 되어서 개방성이 강하니 뭘 해야할지 모른다. (중략) 그러면 먼저, 현재 중 3 학생들이 배운 통계 수준에서 봤을 때 (수학적) 내용은 어떤가요?
- 1-10 Tm : 내용 자체가 어렵기보다, (주어진 맥락을 잘) 정리해주면 할 수 있을 것 같은데.

위의 인터뷰에서, 연구자는 수업 관찰 시 확인한 학생들의 어려움을 언급하면서, 교사가 어려움의 원인을 분석하도록 질문하였다(1-7). 교사는 질문에 답하면서(1-8) 학생들의 인지적 어려움을 진단(Ddc)하고, 수학적 모델링 과제의 복잡성을 그 원인으로 제시한 뒤(Ttc), 과제의 인지적 수준이 학생의 수준에 비해 높음을 분석(Tcg)하였다. 연구자는 교사가 지적한 상황을 좀 더 명확히 한 뒤, 학습 내용에 대한 어려움을 확인하기 위해 학생들의 학습 내용을 확인하였다(1-9). 이에 대해, 교사는 학습 내용보다 ‘주어진 맥락이 정리되지 않은’ 과제(Ttr)가 원인을 지적하였다(1-10). 구조화되지 않은 과제의 특징이 더 큰 원인을 지적한 것으로, 실제계 맥락 자체가 비구조화된 상황이므로 복잡성이 필연적이지만, 학생들이 이해하는 데 어려움이 있음을 지적한 것이다. 연구자의 현장 노트에도 “기준이 많아 학생들이 정보를 찾기 어려워하며 기준의 의미(기준을 적용하여 과제를 해결하는 것)를 이해하기 힘들어함. 과자 10개를 살펴보는 것을 어려워함”이 작성되었는데, 이는 학생들이 갖는 인지적 어려움이 과제의 복잡성에 기인한다는 교사의 진단을 뒷받침한다. 더불어, 이와 같은 교사의 진단은 수학적 모델링 과제의 복잡성으로 인해 학생들이 과제 해결 시 많은 어려움을 겪고 있음을 제시한 Mousoulides et al.(2008)의 연구와도 일치한다.

- 1-15 R : (1-10에서 교사가 언급한 문제점은) 맥락적인 측면과 구체화 측면인데, (중략) 그럼 맥락을 어떻게 바꾸는 게 좋을까요?
- 1-18 Tm : 기준을 조금 먼저 추리는 게 좋을 것 같아요. 1번(기준)이랑 3번(기준)이랑 조금 겹치는 부분도 있고, (중략) 4번(기준)에 화학제품이 있는데 아이들이 그 말 자체를 어려워해서 기준을 조금 수정을 해야 할 것 같아요.

수학적 모델링 과제의 수정 방향에 대한 연구자의 추가 질문(1-15)에 답하는 과정에서, 교사는 학생의 인지적 수준을 고려하며, 과제의 복잡성을 완화하기 위한 대안으로 분석해야 하는 과자의 개수와 Figure 4의 과제에 제시된 기준을 줄일 것을 제안하였다(1-18). 이는 너무 복잡하지도 너무 단순하지도 않은 적당히 복잡한 과제가 제시될 때 학생들이 다양한 모델을 구성하고 반복적인 수정을 통해 모델을 개선해 나갈 수 있다는 Mousoulides et al.(2008)의 제언과도 일맥상통한다. 또한, 과제 개발 시 현실성과 복잡성의 조정이 필요하다는 Borromeo Ferri(2018)의 견해를 뒷받침한다. 덧붙여, 김교사는 사후 인터뷰에서 “복잡성을 높이는 것만이 능사가 아니고, 적절한 제한도 필요하다는 걸 배웠다”고 하였는데, 이는 과제 실행 및 수정을 통해 수학적 모델링의 복잡성의 정도를 고려하면서 과제를 제시하는 교사의 Td가 강화되었음을 보여준다.

1차 수정 과정에서 수학적 모델링 과제 맥락의 복잡성과 함께 검토된 것은 과제 맥락의 현실성이다. 주어진 과제가 학생들에게 현실성 있는 과제인지를 검토한 것인데, 이는 과제의 현실성이 학생들의 정의적 태도인 동기부여에 영향을 미친다고 판단하였기 때문이다. 아래의 1-14는 Figure 4 과제의 1차 실행 후 수정 과정에서 드러난 학생들의 정의적 태도에 대한 교사의 진단을 보여준다.

1-14 Tm : 동기, 이 상황 자체에 대해서 지금 먹고 싶어 하는 걸 소개시켜 줄 건데 그냥 자기가 맛있는 거를 해주면 안 되나? 그런 식으로 아이들이 질문도 하고.

1-14에서, 교사는 제시된 과제의 맥락이 학생들에게 동기를 부여하지 못하였음을 진단(Dda)

하였다. 그 이유로 수학적 모델링 과제의 특징인 현실성(Tr)과 연결하여, 해당 과제 속 현실이 학생들에게 실제로 발생할 수 있는 상황이 아님을 제시하였다. ‘맛있는 과자’를 추천하는 학생들의 실제 상황과 비교했을 때 주어진 과제의 맥락이 학생들에게 동기부여가 되지 않음을 지적한 것으로, 과제의 현실성을 학생의 정의적 특성과 연결지어 이해한 것이다. 1차 실행 수업에 대한 연구자의 현장 노트에도 “학생들은 왜 주어진 기준에 맞추어 과자를 선택하는지에 대해 의문을 가졌으며, 몇몇 학생들의 경우 기준에 대한 고려 없이 본인의 실제 경험에 근거하여 ‘맛있는 과자’를 추천한다는 답으로 활동을 마무리하려는 모습을 보임”이라고 작성되었는데, 이는 학생들의 정의적 태도가 과제의 현실성에 기인한다는 교사의 진단을 뒷받침한다.

과제의 현실성에 대한 문제 제기에 이어서, 교사는 학생들의 동기부여와 과제의 현실성을 강화하는 방향으로 과제를 수정할 것을 제안하였다(Td). 구체적으로, 최근 본인의 수업을 통해 학생들이 관심을 갖게 된 여행과 유튜브를 반영할 것을 다음과 같이 제안하였다.

1-118 R : 선생님이 해왔던 수업 맥락에 맞춰서.

1-119 Tm : 이 수업하기 전에 저랑 여행계획 짜고 게스트하우스 이런 얘기를 했었는데, 그래서 만약에 이 아이들이 미국으로 여행을 가서 게스트하우스에서 친구를 만났는데 (중략) 또 요즘 애들한테 핫한 게, 유튜브 이런 거고.

1-121 R : 여행 맥락과 맞추고, 학생들에게 한번 더 맞추고.

결과적으로, 수학적 모델링 과제의 현실성 및 복잡성과 관련된 논의로 인해, 수학적 모델링 과

제 맥락이 ‘과자의 단순 추천’으로부터 ‘여행에서 만난 유튜버의 부탁’으로 변경되고, 분석 기준이 되는 과자 선정 기준이 4개에서 3개로 축소되었으며, 분석 대상인 과자 개수가 10개에서 5개로 축소되었다. 과제의 현실성은 살리되, 복잡성을 완화하고 간략화한 것이다. 나아가 과자 선정 기준을 강조하여 나타냄으로써 학생들이 분석 기준을 쉽게 인지할 수 있도록 하였다. 수정된 과제는 Figure 5와 같다.

[최고의 과자 찾기] 이번 겨울에 혼자 미국으로 여행을 간 예진이는 호텔에서 미국 친구 Yeony를 만났습니다. 얘기를 나누고 친해진 후 알고 보니, Yeony는 과자를 리뷰하여 영상을 올리는 유명 유튜버였습니다. 여행을 마치고 돌아온 예진이는 Yeony로부터 이메일 한 통을 받았습니다.

‘...한국의 과자에 대해 소개하는 영상을 유튜브에 올리고 싶은데, 과자 2개만 추천해 주면 좋겠어. 내가 과자를 리뷰하는 기준은 아래의 세 가지인데, 이 기준에 맞게 네가 추천해주면 너무 좋을 것 같아. 유튜브에 올라가는 영상인 만큼 확실한 근거가 있으면 좋겠고. ...’

기준 1. 살이 많이 찌는 간식은 피한다.
기준 2. 건강을 위해 유해성분을 확인하는 편이다.
기준 3. 양에 비해 너무 비싼 과자는 좋아하지 않는다.

이메일을 본 예진이는 여러분에게 Yeony에게 추천할 과자를 함께 찾아달라고 하였습니다. 주어진 5개의 과자에 적힌 정보를 위 기준에 맞추어 분석한 뒤, 우리나라 최고의 과자 2개를 추천하는 편지를 타당한 이유와 함께 작성해 봅시다.

Figure 5. The modified mathematical modeling task

이와 함께, 연구자는 학생들이 맛을 과자 선정

의 기준으로 둔 것을 기억하고 교사에게 과제에 제시된 기준 안내의 필요성을 자극하였다(1-123). 교사는 연구자의 자극에 반응하면서, 1-124와 같이 수정된 과제 안내 시 추가 설명을 통해 ‘맛’이 아닌 ‘과제에 제시된 과자 선정 기준’에 맞추어 과자를 추천하려는 이유를 안내할 것을 계획하였다(Ip). 연구자는 교사의 진단 역량뿐 아니라 수업 역량 강화에도 개입함을 보여준다.

1-123 R : 기준에 대한 타당성을 더 느낄 수 있도록 (안내가 필요할 것 같다.)

1-124 Tm : 만약에 아이들이 기준 1, 2, 3에 대해 ‘맛있는 과자를 추천하면 되는데’ 굳이 이렇게 해야 해요?’라고 물어보면, ‘네가 유튜버였는데 만약에 맛있다는 내용만 있는 것보다 이렇게 객관적인 정보를 주면 낫지 않겠니?’ 이런 식으로 (발문하고).

이후 교사는 수정된 과제를 이용한 수업을 진행(Ic)하였는데, 실제 수업에서 학생들이 과제의 기준을 고려하지 않자, 4-1-3과 같이 개입하여 과제에 과자 선택 기준을 제시한 이유를 자세히 안내하였다(Ii). 이는 과자 선택 기준에 대한 안내가 부족했던 첫 번째 수업과 달라진 점으로, 학생들이 과제의 현실성에 공감할 수 있도록 전략적인 정서적 간섭(Lazowski & Hulleman, 2016)을 한 것이다. 정서적 간섭을 통한 과제의 현실성 강화는 학생들을 둘러싼 실세계 맥락이 주어질 때 학생들이 의미있는 상황을 접하고 탐구하는 기회를 가질 수 있다는 Palsdottir & Sriraman(2017)과 Doerr & English(2003)의 제언과도 일치한다.

4-1-3 Ti : 맛은 사람마다 기준이 다르잖아? 유튜브에서 만약에 ‘나는 J 과자가 너무 맛있어.’라고 했어. 그랬다가 괜히 맛있으면 큰일나잖아. 그러니까 주관적인 것보다 객관적으로 살이 많이 찌는 건 얼마나 되는지

이런 거를 추출하는 상황이야.

결과적으로, 학생들은 과제 맥락에 공감하였으며, 주어진 기준에 맞는 과제를 선택하는 상황에 맞추어 과제를 해결해 나갔다. 또한, 학생들은 복잡성이 완화된 기준들을 인지하면서 활발한 논의를 이어갔으며, 여러 기준을 검토하면서 모델을 반복적으로 개선해 나갔다. 교사 역시 사후 인터뷰에서 본 실험 참여와 관련하여 본인이 잘한 점으로 ‘과제의 필요성을 잘 인식시켜 학생들이 거부감없이 과제를 받아들일게 된 점’을 언급하는 등 현실성을 고려한 과제 수정 방향과 발문에 대해 스스로 만족감을 나타내었다.

위의 과제 실행 및 수정 과정에서 드러난 교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화 과정을 요약하면 Figure 6)과 같다. 교사는 학생들의 인지적 수준에 따른 어려움(Ddc)과 정의적 특성에 따른 어려움(Dda)을 진단하였으며, 그 원인을 파악하고 개선하는 과정에서 각각 본인이 알고 있는 수학적 모델링 과제의 특징인 복잡성(Ttc)과 현실성(Ttr)을 제시함과 동시에 학생의 인지적 수준과 과제의 복잡성 사이의 균형을 조율하고자 하였다. 조율과정에서 과제의 인지적 수준에 대한 분석(Tcg) 후 학생들의 수준에 맞게 과제를 수정 및 개발하는 역량(Td)이 강화되었으며, 수정된 과제의 의도를 반영하여 안내할 것을 계획(Ip)하고 실행(Ic)하며, 학생 활동을 지원하기 위해 인지적, 정의적 측면에서 개입(Ii)하는 역량이 순차적으로 강화되었다. 다음 절에서 살펴볼 수학적 모델링 과제 해결 과정을 돕기 위한 활동지의 과제들이 4차의 과제 실행과 수정을 통해 반복적으로 개선된 것과 달리, 수학적 모델링 과제는 1차 과제 수정 과정에서 개선되었으며 그

후 추가로 수정되진 않았다. 이로 인해, Figure 9와 Figure 10의 전체 과정이 반복적으로 순환되는 것과 달리, Figure 6에서는 과제 개발 전후의 과정이 분리되어 반복적으로 순환되었다.

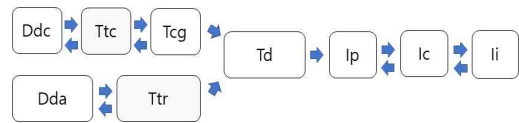


Figure 6. Enhanced MMTCs in the process of improving the complexity and reality of the task

2. 수학적 모델링 과제 해결 과정의 복잡성과 반복성 개선 과정에서 강화된 수학적 모델링 교수 역량

수학적 모델링 과제 맥락의 간략화는 학생들의 과제에 대한 이해도를 높였으며, 이후 과제 수정의 초점은 과제 해결을 위한 과정으로 옮겨졌다. 김교사는 과정 자체의 복잡성에 먼저 초점을 두어 학생의 인지적 수준에 맞는 보조 과제를 개발한 뒤, 과정의 반복성을 반영하기 위해 보조 과제를 추가로 수정하는 전략을 보였다.

가. 수학적 모델링 과제 해결 과정의 복잡성 개선 과정에서 강화된 수학적 모델링 교수 역량

김교사는 과제 맥락의 복잡성이 과제 해결 과정으로 이어지면서 수학적 모델링의 각 단계를 해결하는 과정 역시 복잡성을 지니며, 이로 인해 각 단계의 수행 시에도 학생들이 인지적, 정의적 어려움을 갖게 됨을 반복적으로 지적하였다. 실

1) Figure 6에서 흰색 표시된 역량은 본 연구를 통해 강화된 역량, 음영 표시된 역량은 본 연구에 참여하기 전 김교사가 이미 지니고 있던 역량을 나타낸다. Figure 9, Figure 10 역시 동일하다.

제로, 초기 활동지(Table 2 참고)의 ‘이해하기’ 단계에 해당하는 2번 과제에서는 과자의 여러 가지 정보들을 모두 찾아볼 것을 요구하고 있으며, ‘단순화하기’ 단계에 해당하는 3번과 4번 과제에서는 과자에 표기된 여러 정보 중 7가지 정보를 선정한 뒤, 10개 과자에서 7가지 정보를 모두 추출할 것을 요구한다. 과제 실행을 통해, 교사는 학생들이 다양한 정보를 지속적으로 확인해야 하는 복잡성에 어려움을 갖는다고 판단하였다. 그 뒤 반복적인 과제 수정을 진행하면서, 과제 해결 과정의 복잡성을 학생 수준에 맞추어 완화시키고자 하였다. 완화시키는 방향은 과제의 구체화와 간략화로 나타났다.

먼저, 구체화 방향으로의 과제 수정은 Table 2 활동지 2번 과제에서 아래와 같이 나타났다. 아래는 해당 과제의 1차 수정 시 연구자와의 대화에서 드러난 학생의 인지적 수준에 대한 교사의 진단과 이에 대응하는 과제 수정 방향을 보여준다. 먼저, 연구자가 학생들이 Figure 4에 제시된 초기 과제 속 ‘기준’을 인지하지 못하여 ‘이해하기’ 단계를 적절히 수행하지 못하였음을 지적하였다(1-51). 연구자의 지적을 토대로, 교사는 해당 과제에서 요구하는 바를 학생들이 모두 인지하지 못하였다고 진단(Ddc)하였다(1-54). 과제를 해결하기 위해 상황을 충분히 이해하는 과정이 요구되지만, ‘가능한 많은 정보를 제시’하기 위해 과제에 제시된 여러 조건들에 대응하는 정보들을 찾는 활동의 복잡성(Ttc)으로 인해 학생들이 해당 단계를 수행하는데 어려움을 겪는다고 판단한 것이다. 이에 대한 대안으로, 교사는 활동지 과제(Figure 7 참고)의 구체화를 제안하였다(1-54). 구체화된 안내로 인해 학생들의 활동 제한을 우려하기도 하였지만(1-56), 과제의 의도에 대한 연구자의 설명 후(1-57) 구체화된 안내를 제공하는 방향으로 과제를 수정(Td)하였다.

1-51 R : 2번에서 ‘기준이 뭐야?’라는 얘기가 학생들한테서 나오더라고요.

1-54 Tm : 2번 문항을 봤을 때, 아이들이 각 기준에 맞는 요인을 잘 못 볼 수 있기 때문에, (중략) 이 문항 자체를 구체화시켜서.

1-55 R : 답 쓰는 란에 구체화된 답을 요구할까요?

1-56 Tm : 너무 (답을) 알려주는 것 같기도 한데

1-57 R : (Yeony가 제시한) 기준에 맞는 정보를 찾는 것이 목적이지만, 기준 1, 2를 혼란스럽게 하려는 건 아니니까.

이후, 활동지의 2번 과제는 Figure 7에서 Figure 8로 구체화되었다.

2. 각 기준에 맞는 과자를 선택하기 위해 어떠한 정보가 필요한지 모둠원들과 함께 이야기해 봅시다. 가능한 많은 정보를 제시합니다.

Figure 7. Task 2 presented in the initial worksheet

2. 각 기준에 맞는 과자를 선택하기 위해 어떠한 정보가 필요한지 모둠 친구들과 함께 이야기해 봅시다. 가능한 많은 정보를 제시합니다.

| |
|-----------------------------|
| 기준 1에 맞는 과자를 선택하기 위해 필요한 정보 |
| 기준 2에 맞는 과자를 선택하기 위해 필요한 정보 |
| 기준 3에 맞는 과자를 선택하기 위해 필요한 정보 |

Figure 8. Task 2 presented in the first modified worksheet

과제 수정과 함께, 연구자는 교사에게 2번 과제의 목적이 정보를 찾고 확인하는 것이므로, 학생이 문제의 의도를 쉽게 이해할 수 있도록 과제를 안내할 것을 제안하였다(1-59). 이를 받아들여, 교사는 2번 과제 활동의 방향을 좀 더 구체적으로 안내할 것을 계획(Ip)하였으며(1-60), 실제로 과제의 의도와 학생 수준에 맞추어 수업을

진행(Ic)하고, 학생들이 과제 해결에 어려움을 갖는 경우 적절한 설명과 정보를 제공(Ii)하였다.

1-59 R : 어차피 정보찾는 게 목적이었으니 좀 더 친절하게 (안내해도 될 것 같습니다).

1-60 Tm : 네, 좀 언급해주고, 과제 해결하기 전에 (과제에 제시된) 기준을 한 번 보라고 그러면 되지 않을까..

Figure 8을 반영한 2차 실행에 참여한 학생들은 수학적 모델링 과제에 제시된 세 개의 기준에 집중할 수 있었다. 2차 실행 후 수정 과정에서 다음과 같이 이루어진 교사연구공동체 내 대화 역시 학생들의 활동이 활발해졌음을 뒷받침한다.

2-29 R : (2번 과제에서) 학생들이 뭘 해야되는지 좀 더 구체화되니까 조금 더 상호작용하는 모습이 관찰되었던 것 같아요.

2-30 Tm : 맞아요.

다음으로, 간략화 방향으로의 과제 수정은 수학적 모델링의 ‘단순화하기’ 단계에 해당하는 활동지 3번과 4번 과제에서 다음과 같이 나타났다. 아래의 1-84는 Table 2의 활동지 3번 과제의 1차 실행 후 교사가 진단한 학생들의 인지적, 정의적 수준을 보여준다. 김교사는 학생들의 인지적 어려움(Ddc)과 부정적인 정의적 태도(Dda)를 진단한 뒤, 그 원인으로 해당 과제의 복잡성(Ttc)을 지적하였다. 과자에 포함된 다양한 정보를 찾고 단순화하는 과정에서, 학생들에게 다양한 정보를 분석할 것을 요구함으로써 인해 학생들의 인지적 수준보다 높은 수준의 활동(Tcg)이 되었으며, 이로 인해 흥미까지 잃게 되었음을 지적한 것이다. 연구자 현장 노트에도 “학생들이 (3번 과제 해결시) 7개 정보를 찾는 것을 ‘노가다’라고 표현하

면서 힘들어함”이라고 작성되었는데, 이는 위와 같은 교사의 진단을 뒷받침한다.

1-79 R : 3번을 할 때, 다양한 정보를 7개 찾아 보라고 했는데, (중략) 표현이 똑같이 나오면서 힘들어했어요.

1-84 Tm : (3번에서 찾아야 하는 정보가) 7개나 되니까 아이들이 시간도 모자라고, 흥미를 점점 더 잃어서 여섯 번째 일곱 번째 갈 때 는 조금씩 떨어지는 것 같더라고요.

위의 인터뷰 내용은 수학적 모델링 과제 해결 과정의 복잡성이 완화될 필요가 있음을 보여준다. 김교사는 과제 해결 과정의 복잡성을 완화하기 위한 대안으로 3번 과제에서 요구하는 답의 개수를 줄일 것을 다음과 같이 제안하였으며, 연구자 역시 이에 동의하였다.

1-90 Tm : (3번에서 요구하는 정보의 개수를) 네 개나 다섯 개 정도로 (줄이고)

1-93 R : 과자 다섯 개, 기준이 세 개니까 (3번에서 요구하는 정보의 개수는) 다섯 개 정도?

이후, 활동지의 3번 과제에서 요구하는 정보의 개수는 7개에서 5개로 수정되었다(Td). 과제 수정 후, 교사는 다음과 같이 5개의 정보를 선택하는 방법을 어떻게 안내할 것인지에 대한 계획을 수립하였다(Ip). 이때, 교사는 추가 설명을 통해 3번 과제 해결 시 Figure 5의 수학적 모델링 과제에서 제시한 각 기준을 고려하여 답안을 작성할 것을 강조하고자 하였다. 이는 학생들에게 과제에 제시된 복잡한 실세계 맥락을 상기시키고, 다양한 조건을 고려할 것을 안내하기 위함으로 볼 수 있다(Mousoulides et al., 2008).

1-97 R : 학생들에게 어떤 문제점이 발견됐다면, 2번에서 기준을 못 보고 고르니, 3번까

지 영향을 미치더라고요. (중략) 2번을 좀 더 구체적으로 제시할 거니 3번도 같은 방향으로 가볼까요?

1-100 Tm : 정보를 고르라고 하면 아이들이 특정한 기준에 몰릴 수 있을 것 같아서, 예를 들어서 기준 1에서 하나 이상, 기준 2에서 하나 이상, 기준 3에서 하나 이상 이런 식으로 (고르라고 안내하고).

이후 수업 실행 과정(Ic)에서, 학생들이 해당 단계 수행에 어려움을 보이자, 교사는 1-100에서 계획한 바와 같이 답안 작성 방법을 학생들에게 안내하였다(Ii). 그 결과, 2차 실행 이후에는 과제 해결 과정의 복잡성으로 인한 학생들의 어려움이 크게 줄어들음을 확인할 수 있었다. 구체적으로, 2차 실행에 참여한 학생들에 대하여, 활동지 3번 과제에 대한 연구자의 현장 노트에는 “1차 실행과 달리, 해당 활동을 ‘노가다’라고 표현하지 않았으며, 활동이 수월해짐”, “5개 요인 선정과 수학적 표현을 위한 활발한 논의가 일어남”이라고 작성되었다. 이는 교사의 과제 수정이 적절하게 이루어졌음을 뒷받침한다.

활동지 3번 과제의 간략화와 더불어, 활동지 4번 과제 역시 반복적인 수정을 거쳐 간략화가 이루어졌다. 먼저, 1차 수정에서는 활동지 3번 과제와 동일하게, 단순화하기 단계의 수행을 위해 선정한 5개 요소의 우선순위를 정하는 것으로 수정되었다. 하지만, 이후 1차 수정 활동지를 적용한 2차, 3차 실행과정에서, 교사는 다음과 같이 5개 정보의 우선순위를 선정하는 데에도 학생들이 어려움을 느낀다고 진단(Ddc)하였다.

3-26 Tm : (4번 과제에서 요구하는 정보의 우선순위 개수) 5개가 좀 많은 것 같아서 (줄여야 할 것 같은데).

3-27 R : 그러면 3개 정도로 줄이는 방향으로.

최종적으로, 활동지 4번 과제는 활동지 3번 과제에서 선정된 5개의 정보 중 가장 중요한 정보 3가지를 선정하는 것으로 수정되었다(Table 3의 밑줄 친 부분 참고). 4번 과제가 단순화하기 단계를 수행하기 위함임을 상기할 때, 초기 과제에 비해 3차 수정된 과제는 좀 더 간략화되었다고 볼 수 있다. 이와 같은 과제 수정의 방향은 복잡한 상황을 이해하기 위해 모델 구성에 영향을 미치는 요인을 찾고 다시 주요 요인을 추출해내는 반복적인 단순화하기가 필요하다는 Galbraith & Stillman(2006)의 제언과도 일치하는 것으로, 반복적인 과제 실행 및 수정을 통해 교사의 Td가 강화되었음을 보여준다.

Table 3. Simplifying the task

| 수정 단계 | 수정된 과제 |
|-------|--|
| 초기 | 4번 : 3번 문항의 결과를 바탕으로, 3번 문항에서 필요한 정보로 제시한 7개 정보의 우선순위를 모듈원들과 함께 정해봅시다. 그 이유를 3번 문항에서 사용한 수학 표현을 이용하여 제시합니다. |
| 1차 | 4번 : 3번 문항에서 필요한 정보로 제시한 (5개) 정보의 우선순위를 모두 친구들과 함께 선정하고, 그 이유를 3번의 각 소문항 해결 시 사용한 수학 표현을 이용하여 제시합니다. 제시된 이유가 타당하지 않게 살펴보고, 타당하지 않다면 타당하지 않은 이유를 제시한 뒤 새로운 순위를 제시합니다. |
| 3차 | 4번 : 3번 문항에서 ‘필요한 정보’로 제시한 열람, 나트륨과 같은 정보들을 가장 중요한 순으로 3가지 선정하고, 그 이유를 제시합니다. 제시된 이유가 타당하지 않다면 이야기 나누어 봅시다. |

이와 같은 방향의 과제 수정은 수학적 모델링 과제 해결 과정의 복잡성이 갖는 높은 인지적 수준이 학생의 인지적 수준과 맞지 않는다는 진단에 기반한다. 문항의 구체화와 간략화는 Sullivan et al.(2013) 등의 여러 선행 연구가 제안

한 학습지원을 위한 발문과도 연결된다. 즉, 반복적인 실행과 수정을 통해 구체화 및 간략화된 과제는 진단 차원과 과제 차원의 수학적 모델링 교수 역량이 강화되었음을 보여주는 결과물이라고 할 수 있다. 또한, 과제에 대한 구체적인 안내는 교사의 전략적인 인지적 간섭(Borromeo Ferri & Blum, 2010; Lazowski & Hulleman, 2016)이 나타난 것으로, 수업 차원의 역량이 강화되었음을 보여주는 결과물이라고 할 수 있다. 사후 인터뷰에서, 교사는 활동지 2번 과제가 성공적인 모델링 활동에 중요한 역할을 한다고 하였다. 그 이유로 해당 과제를 통해 Figure 5의 수학적 모델링 과제를 이해하고 수학적 모델을 구성하기 위한 기초를 닦을 수 있음을 제시하였는데, 이는 수학적 모델링 과제 맥락에 대한 이해가 이후의 단계를 수행하는 데 핵심적인 역할을 한다는 Årleback et al.(2013)의 주장과 일치한다.

위의 과제 실행 및 수정 과정에서 드러난 수학적 모델링 교수 역량의 강화 과정을 요약하면 Figure 9와 같다. 김교사는 학생들의 인지적 수준에 따른 어려움(Ddc)과 정의적 특성에 따른 어려움(Dda)을 진단함하였다. 본인이 지니고 있던 지식인 수학적 모델링 과제의 복잡성(Ttc)을 토대로 그 원인을 파악하였는데, 제시된 모델링 과제의 복잡성(Ttc)으로 인한 과제의 높은 인지적 수준(Tcg)이 학생이 갖는 어려움의 원인임을 파악할 수 있었다. 그리고, 이에 대한 파악은 학생들의 상황에 맞게 과제를 수정하는 Td와 수정된 과제의 의도를 반영하여 안내할 것을 계획하고 실행하는 Ip와 Ic, li의 순차적 강화로 이어졌다. 이후, 반복적인 실행과 수정이 이루어지면서 Figure 9의 수학적 모델링 교수 역량 강화 과정도 반복, 순환되었다.

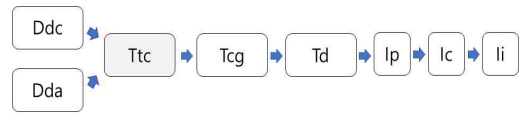


Figure 9. Enhanced MMTCs in the process of improving the complexity of task solving process

나. 수학적 모델링 과제 해결 과정의 순환성과 반복성 개선 과정에서 강화된 수학적 모델링 교수 역량

김교사는 수학적 모델링 과제 실행을 통해, 수학적 모델링 활동의 타당성을 반복적으로 검토할 때 더 나은 결과를 얻을 수 있다는 점을 인지함과 동시에 학생들의 메타인지적 검토 수준과 태도의 문제로 인해 수학적 모델링 각 단계의 반복적인 수정 및 개선이 적극적으로 이루어지지 못하고 있음을 진단하였다. 그 뒤, 학생이 수학적 모델링 결과를 개선하는 활동에 반복적으로 참여할 수 있도록 하는데 초점을 두고, 활동지 과제를 수정해 나갔다. 그 결과, 과제 수정 방향은 크게 두 가지로 나타났다. 하나는 과제를 구체화함으로써 명시적, 반복적으로 활동을 검토할 것을 요구하는 것이다. 다른 하나는 과제의 분리를 통해 수행 활동을 단계화함으로써 활동에 대한 반복적인 검토를 요구하는 것이다.

먼저, 과제를 구체화하는 방향으로의 수정은 수학을 통해 수학적 모델을 도출하는 단계인 6번 과제를 수정하는 과정에서 이루어졌다. 초기 활동지인 Table 2의 6번 과제는 학생들로 하여금 수학적 모델을 도출하여 최고의 과자를 선정할 것을 요구한다. 이때, 해당 과제는 그 이유를 제시할 것을 요구함으로써 타당성의 검토 및 모델 개선을 유도하고자 하였다(Årleback et al., 2013; Mousoulides et al., 2008). 하지만, 아래의 전사에서 확인할 수 있듯이, 교사는 2차 실행에서도 학

생들이 여전히 수정 및 개선 활동을 수행하는데 어려움을 갖고 있다고 진단(Ddc)하였다. 수학적 모델링은 수정 및 개선을 통한 순환적인 활동(Tc)을 요구하는데, 교사는 학생들의 모둠 내 의견 공유가 활발해졌음에도 공유된 의견으로부터 수정 및 개선 방향을 찾는 활동이 나타나지 못하였음을 지적하였다. 나아가 이러한 상황이 학생들의 비판적 검토 능력, 즉 메타적 사고능력의 부족에 기인한다고 지적하였다.

2-35 R : 상호작용이 서로 의견을 주거나 받거나 공유하는 것까지는 되는데, (중략) 학생들 간의 의견이 있을텐데 (다양한 의견 검토가 없다.)

2-40 Tm : (중략) 좀 더 상호작용을 보완할 수 있는 그런 장치를 마련해 주는 것도 괜찮을 것 같은데. (중략) 학생들이 아직 비판적으로 검토할 수 있는 사고 수준이 안돼요.

이에 대한 개선 방안으로, 교사는 활동지의 각 과제에 반복적인 수정 및 개선을 요구하는 활동을 명시적으로 제시하는 것이 필요함을 주장하였다. 이에 따라, 활동지 6번 과제는 2차 수정 과정에서 Table 5에 제시된 바와 같이 요구하는 활동이 구체적으로 제시되었다(Td).

Table 5. Specifying and decomposing the task

| 수정 단계 | 수정된 과제 |
|-------|---|
| 초기 | 6번 : 지금까지 확인한 과자별 정보와 정보의 우선순위를 종합적으로 이용하여, 모둠원들과 함께 최고의 과자를 선택하고 선택한 이유를 말해봅시다. |
| 2차 | 5번 : 4번에서 선정한 우선 순위에 맞추어 3번에서 확인한 과자별 정보를 모둠 친구들과 함께 검토해 봅시다. 우선순위가 달라지면 선택될 수 있는 과자 또한 달라집니다. 그렇다면, 4번의 우선순위에 따른 과자의 정보를 어떻게 종합할 수 있을지, 지금까지 검토한 정보를 이용하여 최고 |

| | |
|----|--|
| | 의 과제를 선택할 수 있는 방법을 수학적으로 다양하게 제시해 봅시다. 제시한 방법들이 적절한지 이야기해보고, 그 중 가장 적절한 방법을 선택합니다. |
| 3차 | 6번 : 5번의 답에 제시된 과자들의 랭킹은 서로 같은가요, 다른가요? 만약 랭킹이 서로 다르다면, 최고의 과자를 어떻게 선정할 수 있을까요? 서로 다른 랭킹들을 종합적으로 이용하여 최고의 과자 2개를 선택할 수 있는 방법을 3가지 생각해 봅시다. 7번 : 6번에서 살펴본 3가지 방법 중 가장 적절한 방법을 선택하고, 다른 방법에 비해 더 적절하다고 생각한 이유를 말해봅시다. |

과제 수정 후 진행된 3차 실행에 대해, 교사는 2차 실행에 비해 다양한 수학적 모델이 제시되었지만, 여전히 비판적 논의를 통한 수정 및 개선 활동은 부족했다고 평가하였다. 그리고 그 이유로, 활동지 과제에 제시된 모델의 수정 및 개선 활동(Tc)을 이해하는 데 학생들이 인지적 어려움을 갖으며(Ddc), 비판적 검토에 대한 부정적인 태도로 인해 제시된 수학적 모델을 수정 및 개선하는 데 어려움이 있다고 진단하였다(Dda).

3-41 R : 과제에 많은 내용이 들어있어서 학생들이 어떤 활동을 해야 되는지 모르는 게 있었어요. 거기에 대해서.

3-44 Tm : 5번 자체가 문항이 너무 길어서 아이들이 이해하기 어려운 것 같아서, 5번을 두 개 과제로 나누어서..

(중략)

3-62 Tm ; 6번에서 방법 1을 따를 때 어떤 과자를 선택하고, 방법 2를 따를 때 과자는 뭐고. 이렇게 한 다음에 7번으로 가서 총 문제 종합해서 어떤 과자를 선택해야겠느냐. 이렇게하면 낫지 않을까.

3-63 R : 지난번보다 상호작용이 확실히 늘었는데..

3-64 Tm : 애들이 뭔가 서로 눈치를 보는 것 같기도 하고.

3-65 R : 내가 정말 비판해도 될까?

3-66 Tm : 아예 학생들에게 ‘너는 비판을 해’라고 하면 좀 더 자유롭게 하지 않을까.

이에 대한 개선 방안으로, 교사는 학생들이 수학적 모델링의 각 단계를 반복적으로 검토 및 개선할 것을 유도하기 위하여, 과제를 분리하여 활동을 단계적으로 안내하고자 하였다. 결과적으로, 3차 수정을 통해 Table 5에 제시된 바와 같이 수학을 통한 수학적 모델 도출 활동과 이에 대한 수정 및 개선 활동이 분리되었다(Td). 즉, 과제의 단계화를 통해 활동에 대한 반복적인 검토를 유도하는 방향으로의 수정이 이루어진 것이다. 과제의 단계화는 Sullivan et al.(2013)가 제안한 학습 지원 프롬프트와도 일맥상통한다. 더불어, 김교사는 비판적 검토에 대한 부정적인 태도를 완화시키고, 위의 개선 사항이 학생들에게 잘 전달되어 모델에 대한 수정 및 개선이 반복적으로 이루어질 수 있도록, 집단 내 상호작용을 강조하는 발문을 할 것을 위의 3-66과 같이 계획하였다(Ip).

실제로, 4차 실행 시 수학적 모델에 대한 반복적인 검토 및 개선을 위해 제시된 교사의 발문은 4-3-41과 같다. 교사는 수업 진행(Ic) 중, 활동지 7번 과제에서 강조하는 수학적 모델의 적합성 검토를 강화하기 위해, 학생들에게 수학적 모델의 적합성과 비적합성을 반복해서 비판적으로 검토할 것을 안내하고, 지원이 필요한 순간 추가 개입을 통해 반성적 논의를 유도하였다(Ii).

4-3-41 Ti : 6번에서 살펴본 세 가지 방법이 있잖아. 세 가지 방법이 있지? 그 방법을 어떤 게 제일 적절한지 그걸 고를 거야. 그런데 그냥 고르는 게 아니야. (중략) A자리에 앉은 학생들은 ‘무조건 1번이 최고다’야. 두 번째, 여기 B 자리에 앉아 있는 아이들은 ‘무조건 2번이 최고다’... (중략) 예를 들

어, A자리 학생이 1번 모델이 중요해. 그 이유는 이리이러한 이유 때문이야. 그러면 다른 자리 학생이 ‘그게 아니야’, 아닌 이유를 얘기를 하는 거야... (중략) 최대한 많이 싸운 (비판적으로 검토한) 다음..

이와 관련하여, 연구자의 현장 노트에도 1차 실행에 대해서는 “모둠 내 상호작용이 유도되지 못함”이라고 작성되었으나, 3차 실행에서는 “상호작용이 잘 이루어졌으나 비판적인 의사소통이 이루어지지 않음”이라고 작성되었으며, 4차 실행에서는 “비판적인 의사소통을 통해 수정 및 개선을 위한 노력이 나타남”이라고 작성되었다. 이는 과제의 구체화, 단계화를 통한 활동 안내 및 비판적 검토에 대한 긍정적인 인식을 유도하는 발문이 필요하다는 교사의 과제 수정과 수업 실행의 방향이 타당하였음을 뒷받침한다.

위의 과제 실행 및 수정 과정에서 드러난 수학적 모델링 교수 역량의 강화 과정을 요약하면 Figure 10과 같다. 김교사의 경우 수학적 모델링의 현실성과 복잡성에 대한 지식은 있었으나 순환성과 반복성에 대한 지식은 부족했던 상황으로, Figure 6, Figure 9와 달리 Figure 10에 제시된 모든 역량은 본 연구에 참여하는 과정에서 강화된 역량으로 볼 수 있다. 특히, 김교사는 사후 인터뷰에서 “모델링 과정이 이렇게 돌아가는 거구나. 과제를 이렇게 바꾸면 좋겠구나. 이걸 배운 거죠. 그런 자료가 없어요. 행동지침 같은 거요. 제가 왜 예전에 수학적 모델링 수업을 실패했는지 알 것 같아요. 이런 과정에 맞추어 과제를 개발해야 했어요”라고 하였는데, 이는 수학적 모델링 과정에 대한 이해 및 과정에 맞추어 과제를 개발하고 수업을 진행하는 역량이 강화되었음을 스스로 인지하였음을 보여준다.

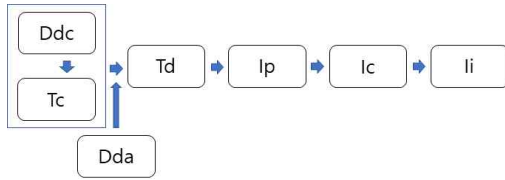


Figure 10. Enhanced MMTCs in the process of improving the repetitiveness of task solving process

반복적인 실행과 수정이 이루어지면서 Figure 10의 수학적 모델링 교수 역량 강화 과정도 반복, 순환되었다. 교사의 과제 수정 결과는 교사가 수학적 모델링 활동에서 반복적인 검토 및 개선의 필요성을 인지하고, 활동의 단계적인 안내를 필요로 하는 학생들의 인지적 수준과 정적 태도를 진단한 뒤, 그에 맞추어 학생이 활동할 수 있는 방향으로 과제를 개발하고, 교수법을 고안하는 등 네 가지 차원에 속한 수학적 모델

링 교수 역량이 모두 강화되었음을 보여준다.

반복적인 실행과 수정을 거친 활동지의 최종 과제는 Table 6과 같다. 최종 과제의 개발이 완성된 뒤 수행된 사후 인터뷰에서 김교사는 다음과 같은 발언을 하였는데, 이는 수학적 모델링 교수 역량을 기르기 위해선, 이론적 학습과 이론에 기반한 실습이 함께 병행되어야 함을 알 수 있다. 이는 교사에게 이론과 실제의 균형 있는 경험이 제공되어야 하며, 수학적 모델링 수업 기회를 제공하고 본인의 수업을 반성할 기회를 주어야 한다는 선행연구(Borromeo Ferri, 2018; Borromeo Ferri & Blum, 2010)의 주장을 뒷받침한다.

T : 수업 실행 관련해서, 어떻게 보면 제 수업 자체를 깊게 본 거잖아요? 그걸 보면서 느낀 건, 제가 어떤 변화라고 해야 하나? 발

Table 6. Final tasks in student's worksheets

| 활동지 | 문항별 과제 |
|-----|---|
| 1 | 1번 : 어떠한 상황인가요? 문제가 되는 상황은 무엇인지, 머릿속에 떠오르는 상황을 모둠 친구들과 함께 이야기해 봅시다. |
| | 2번 : 각 기준에 맞는 과자를 선택하기 위해 어떠한 정보가 필요한지 모둠친구들과 함께 이야기해 봅시다. 가능한 많은 정보를 제시합니다. |
| 2 | 3번 : 2번에서 필요하다고 생각한 정보를 모든 과자에 대해서 모둠 친구들과 함께 구해봅시다. 구한 정보들 식, 그래프, 표 등 다양한 수학 표현을 이용하여 제시하고, 해당 표현을 사용한 이유를 말해봅시다 해당 표현을 사용한 이유가 타당한지 이야기 나누어보고, 타당하지 않다고 생각되면 타당하지 않은 이유를 제시합니다. 그리고 더 타당하다고 생각되는 새로운 표현을 제시합니다. 예를 들어, Yeony의 기준1에 맞는 과자를 선택하는데 필요한 정보가 열량이라고 생각한다면, '필요한 정보 : (열량)'을 기재하고 모든 과자의 열량을 수집한 뒤 수집한 값들을 표나 그래프, 식으로 표현합니다. |
| | 4번 : 3번 문항에서 '필요한 정보'로 제시한 열량, 나트륨과 같은 정보들을 가장 중요한 순으로 3가지 선정하고, 그 이유를 제시합니다. 제시된 이유가 타당한지 이야기 나누어 봅시다. |
| 3 | 5번 : 4번에서 선정한 중요도에 따라, 3번의 답에 제시된 과자별 정보를 다시 살펴봅시다. 각 중요도에 따른 과자 랭킹을 정합니다. |
| | 6번 : 5번의 답에 제시된 과자들의 랭킹은 서로 같을까요, 다른가요? 만약 랭킹이 서로 다르다면, 최고의 과자를 어떻게 선정할 수 있을까요? 서로 다른 랭킹들을 종합적으로 이용하여 최고의 과자 2개를 선택할 수 있는 방법을 3가지 생각해 봅시다. |
| 4 | 7번 : 6번에서 살펴본 3가지 방법 중 가장 적절한 방법을 선택하고, 다른 방법에 비해 더 적절하다고 생각한 이유를 말해봅시다. |
| | 8번 : 지금까지의 분석결과를 이용하여 Yeony에게 최고의 과자 2개를 추천하는 편지를 작성하려고 합니다. 아래에 편지 내용을 대략적으로 스케치해 보고, 편지지에 편지를 작성합니다. |

문을 어떻게 주느냐에 따라 아이들의 의인 형태당 내용이 바뀔 수 있다는 걸 배웠어요.

V. 결론

본 연구는 일상적인 학교 수학 수업에서 수학적 모델링 활동을 수행하기 위해 현직 교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화 교육이 필요하다는 Borromeo Ferri(2014)의 주장을 토대로 수행되었다. 특히, Borromeo Ferri(2018)가 네 가지 차원으로 제시한 수학적 모델링 교수 역량에 초점을 두었다. 각 역량에 대한 교사교육의 필요성에도 불구하고 해당 연구가 부족한바, 본 연구는 현직 교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화 과정을 제시하고 수학적 모델링 교수 역량 강화를 위한 교사교육의 가능성을 확인하였다는 데 의의가 있다. 구체적으로, 본 연구에서는 현직 교사의 반복적인 과제 실행과 수정의 과정을 통해, 네 가지 차원의 수학적 모델링 교수 역량이 동시에 강화될 수 있음을 보여주었다. 이는 Borromeo Ferri(2018)의 주장을 뒷받침하는 연구 결과이기도 하다. 참여 교사는 과제 실행을 통해 학생들이 갖는 인지적, 정의적 어려움을 반복적으로 확인하면서, 수학적 모델링의 의미와 특징을 유지하는 동시에 학생들의 어려움을 지원하기 위한 방향으로 과제를 수정하고, 발문 등을 이용한 교수법을 변형해 나갔다. 또한, 본 연구 결과는 교사의 수학적 모델링 교수 역량 신장을 위해 수학적 모델링 수업을 반복적으로 실행할 수 있는 기회가 필요함을 보여준다. 이는 그동안 여러 선행연구(Blum, 2015; Kaiser, 2017; Stender & Kaiser, 2015)에서 제시한 교사교육의 필요성과 그 방향을 뒷받침하는 결과이기도 하다.

위와 같은 연구결과를 종합할 때, 본 연구의

함의점은 다음과 같다. 첫째, 반복적인 수학적 모델링 과제의 실행과 수정 과정에서 교사의 수학적 모델링 교수 역량 강화 패턴을 확인하였으며, 확인된 패턴을 통해 수학적 모델링 과제의 실행과 수정이 수학적 모델링에 대한 교사의 이론적 지식과 실제 수행 능력을 연결하는 매개체 역할을 함을 확인하였다. 앞서 언급한 바 있듯이, 수학적 모델링 교수 역량의 네 가지 차원은 서로 연결되어 동시적으로 강화된다. 다만, 연구 결과에 제시된 Figure 6, Figure 9, Figure 10을 종합할 때, 반복적인 과제의 실행과 수정이 이루어질 경우, 수학적 모델링 교수 역량 강화 과정에 패턴이 나타남을 확인할 수 있었다. 주로 진단 차원, 이론 차원, 과제 차원, 수업 차원 순서로 강화되는 경향을 보인 것이다. 구체적으로 살펴보면, 과제 실행과 실행 결과 분석 과정에서 교사가 과제의 수준에 대응하는 학생들의 인지적 수준과 정의적 태도를 진단하는 모습이 공통적으로 관찰되었다. 그리고 과제 실행 결과를 분석하는 과정에서, 그 원인이 수학적 모델링 과제가 갖는 특징인 복잡성과 현실성, 반복적인 타당성 검토에 있음을 확인하였다. 이후, 과제 수정 과정에서, 과제의 특징을 유지하면서 학생들의 수준에 맞게 활동을 제시하고자, 수학적 모델링 과제와 활동지의 보조 과제들을 수정해 나갔다. 또한, 수정된 과제를 적용하기 위해 발문을 함께 계획하였으며, 이후의 과제 실행 과정에서 이를 실제로 적용하고 학생의 활동을 지원하는 등 수업 차원이 강화되었다. 이 과정은 수정된 과제를 다시 실행하여 학생의 수준을 진단함으로써 반복된다(Figure 11 참고). 이는 각 차원에 속한 역량 간의 연결 과정과 강화 패턴을 제시했다는 점에서, 네 가지 차원의 수학적 모델링 교수 역량을 제시한 Borromeo Ferri(2018)의 연구를 확장했다고 볼 수 있다.

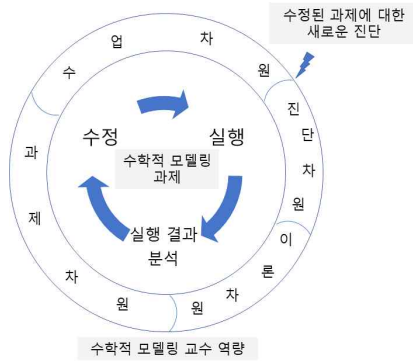


Figure 11. Promoting MMTCs by implementing and modifying mathematical modeling tasks

위의 패턴으로부터 수학적 모델링 과제의 실행과 수정이 수학적 모델링에 대한 이론적 지식과 실제 수행 능력을 연결시키고 균형을 맞추는 다리 역할을 함을 알 수 있다. 실제로, 김교사는 수학적 모델링 과제의 실행과 수정을 통해 수학적 모델링에 대한 이론적 지식과 학생에 대한 지식을 반영한 과제를 개발하고 실제 수업을 이끌었는데, 이는 수학적 모델링 과제의 실행과 수정이 수학적 모델링에 관한 이론적 지식과 학생에 대한 진단적 지식을 실제 수업에의 적용으로 이어주는 매개체 역할을 한 것으로 볼 수 있다. Sullivan et al.(2013), Stein et al.(2009), Simon & Tzur(2004) 등의 선행연구에서는 과제 개발 시 학생과 가르칠 내용에 대한 지식이 필요함을 강조하였다. 본 연구는 이를 확장하여, 교사의 지식이 초기 수학적 모델링 과제를 개발하는 데 필요하다면, 이후 과제의 실행과 수정은 교사의 지식을 향상시키는 데 기여함을 보여준다. 또한, 본 연구는 Swan(2007)이 주장한 반복적인 과제의 실행과 수정을 통한 교사 지식과 실행 능력의 향상을 수학적 모델링 교수 역량으로 확장한 것으로 볼 수 있다.

둘째, 본 연구에서 수학적 모델링 과제의 반복

적인 실행과 수정을 통해 강화된 교사의 주된 수학적 모델링 교수 역량을 살펴보면 다음과 같다. Table 2에 제시된 14개의 역량 중 교사가 이미 지니고 있었던 역량인 Ttr, Ttc를 제외하고, 교사와의 인터뷰 결과와 수정된 과제, 수업 시간에 학생들에게 제공한 발문 등을 통해 확인된 교사의 강화된 역량은 Ddc, Dda, Tc, Tcg, Td, Ip, Ic, Ii이다. 이들 외의 역량은 본 연구의 결과물에서 그 향상 여부가 명시적으로 확인되지 않았다. 네 가지 차원의 수학적 모델링 교수 역량이 밀접하게 연결된다는 Blum(2015), Borromeo Ferri(2014, 2018), Stender & Kaiser(2015)의 논의와 과제의 실행과 반성을 통해 교사의 교수법과 과제에 대한 관점이 변화했다는 Thanheiser(2017), Boston & Smith(2011), Swan(2007)의 논의에서 확인할 수 있듯이, 본 연구에서 강화되었음이 관찰, 확인된 역량은 수학적 모델링 과제의 실행 및 수정과 밀접한 관계를 갖는 역량에 해당한다. 말하자면, 수학적 모델링 과제의 반복적인 실행 및 수정은 이들 8개 역량의 강화를 위한 방안으로 활용될 수 있다. 반면, 본 연구에서 강화되었음을 확인하는데 어려움이 있었던 역량은 Ta, Tm, Dp, Dm이다. 이들은 본 연구가 학습 목표 및 단계가 주어진 초기 과제(Ta, Dp)를 이용하여 진행되었으며, 교사에게 과제 해결의 기회(Tm)와 학생들의 활동을 평가할 기회(Dm)를 별도로 제공하지 않았기 때문에 가시적으로 관찰되지 않은 것으로 보인다. 이들 역량 역시 본 연구를 통해 강화된 역량들과 연결된 역량이라는 측면(Borromeo Ferri, 2018)에서 모두 강화되었을 것으로 예측할 수도 있다. 하지만, 과제를 직접 해결하고 학생의 활동을 평가하는 활동 등은 수업 실행 및 과제 개발과는 다른 특수성을 지니는바, 연결성만으로 강화되었다고 평가하기는 어려우며 향후 추가 분석 및 연구가 필요하다.

위와 같은 연구의 함의점을 토대로, 수학적 모델링 교수 역량 강화를 위한 교사교육에 대한 제언을 다음과 같이 제시하고자 한다. 첫째, 수학적 모델링의 이론과 실행의 반복을 통한 교사교육이 필요하다. 교수활동을 위해 필요한 이론적 지식(Ball et al., 2008)에서 나아가, 수학적 모델링의 경우 실전을 통한 이해와 이론 적용 능력이 함께 강조된다(Borromeo Ferri, 2018). 특히, 수학적 모델링 교수 역량 강화 패턴의 초반에 제시된 진단 역량을 강화하기 위해선 교사가 학생을 직접 진단할 수 있는 교수 상황을 반복하여 접해보는 경험이 필요하다. 이는 수학적 모델링 교수 역량의 향상과 이를 통한 수학적 모델링 수업의 성공적인 수행을 위하여, 이론 학습과 실행의 반복적인 적용을 통한 교사교육이 필요함(Borromeo Ferri, 2014)을 지지한다.

한편, 이론과 실행의 반복적인 적용을 통한 교사교육을 위해선, 교사들이 수학적 모델링 교수 상황을 반복적으로 접할 수 있는 상황의 제공이 필요하다. 다만, 현직 교사와 달리 예비 교사의 경우 반복적인 적용이 힘든 상황인바, 현직 교사와의 공동 학습 혹은 실제 수업을 녹화한 비디오 자료의 제공(Lee, 2017; Pang, 2011) 등이 요구된다.

둘째, 수학적 모델링 과제 개발 시, 교사가 학생 수준을 진단하고, 학생의 수준에 맞게 발문을 단계화하는 등의 가능 프롬프트를 제시할 수 있도록 지원하는 교사 교육이 필요하다. 본 연구에서 관찰된, 역량이 강화되는 과정에서 나타난 과제 수정 방향은 수학적 모델링 활동을 지원을 위한 과제 개발 방향과 연결된다. 이들은 구체화, 간략화, 단계화 등 Sullivan et al.(2013)의 가능 프롬프트로 주로 제시되었다. 이는 수학적 모델링 과제의 현실성, 순환성, 복잡성 등의 특징을 반영하되, 학교수학에서의 적용을 위해서 그

범위와 수준에 대한 조정이 필요함을 의미한다(Kim, 2010; Maaß, 2010). 나아가, 수학적 모델링의 경우 학생이 갖는 어려움이 크기 때문에(Stender & Kaiser, 2015; Stillman, Galbraith, Brown, & Edwards, 2007), 학생들의 어려움을 진단하고 이를 지원하기 위한 적절한 교수법을 고안하는 역량이 특히 중요함을 보여준다(Chang, Kim, Kang, & Choi, 2018; Jung, 2019).

셋째, 교사연구공동체에 의한 교사교육이 필요하다. 본 연구에서 연구자는 이론에 근거하여 교사의 과제 실행 및 수정 과정을 분석한 뒤 그 결과를 교사에게 전달하여 과제의 실행 및 수정을 안내하는 역할을 하였다. 이에 대해 교사는 초기에는 반응하지 않았지만, 지속적인 인지적 자극을 제공하는 연구자로 인해 수학적 모델링 과제의 실행과 수정 과정을 반성적으로 검토할 수 있었으며, 궁극적으로 수학적 모델링 교수 역량이 강화될 수 있었다. 실제적 경험에 근거한 교사의 감각이 연구자와의 협의 과정에서 엄밀하게 다듬어지고 부족한 역량이 강화된 것이다. 이러한 결과는 교사연구공동체에 의한 교사교육이 필요하다는 선행연구(Jaworski, 2008; Lee, Seo, Lee, Park, & Song, 2019; Zaslavsky & Leikin, 2004), 특히 연구자와 교사의 분리된 역할을 통한 교사교육을 제시하는 선행연구(Lee, Song, & Jung, 2019)를 수학적 모델링 관점으로 확대, 지지한다.

본 연구는 현직 교사에 초점을 맞춘 사례연구가 갖는 일반화의 한계점을 갖는다. 하지만, 사례연구로부터 얻은 결과는 사례가 포함된 집단 전체로의 일반화가 아니라, 사례로 선택한 특정 상황에 대한 연구로부터 그와 비슷한 상황으로의 일반화가 가능하다. 이에 따라 본 연구의 결과는 경력 3년 이내의 초임 교사를 대상으로 하는 교사 교육에서 수학적 모델링 교수 역량 강

화 방안에 대한 시사점을 제공할 수 있을 것이다. 현재 수학적 모델링을 학교 수학에 정착시키기 쉽지 않은 이유 중 하나는 교사들이 수학적 모델링 과제를 이해하고 수업을 진행하는 데 어려움을 갖기 때문이다(Choi, 2017; Jung, 2019; Kaiser, 2017). 본 연구에서 제시한 과제 수행 및 수정의 과정과 그에 따른 수학적 모델링 교수 역량 강화 사례가 향후 수학적 모델링 수업의 학교 정착에 도움이 되길 기대한다.

참고문헌

- Ärlebäck, J. B., Doerr, H. M., & O'Neil, A. H. (2013). A modeling perspective on interpreting rates of change in context. *Mathematical thinking and learning*, 15(4), 314-336.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ben-Zvi, D., & Arcavi, A. (2001). Junior high school students' construction of global views of data and data representations. *Educational studies in mathematics*, 45(1-3), 35-65.
- Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2013). Students' mathematical learning in modelling activities. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 141-152). Dordrecht: Springer.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. A. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14* (pp. 15-30). Dordrecht: Springer.
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73-96). Cham: Springer International Publishing.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Borromeo Ferri, R. (2014). Mathematical modeling: The teacher's responsibility. In B. Dickman, & A. Sanfratello (Eds.), *Proceedings Conference on Mathematical Modeling* (pp. 26-31). New York: Columbia University.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling: In school and teacher education*. New York: Springer.
- Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2010). Mathematical modelling in teacher education - experience from a modelling seminar. In V. Durand- Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2046-2055). Lyon: Institut national de recherche pédagogique.
- Boston, M. D., & Smith, M. S. (2011). A 'task-centric approach' to professional development: Enhancing and sustaining mathematics teachers' ability to implement cognitively challenging mathematical tasks. *ZDM Mathematics Education*, 43, 965-977.

- Chang, H. W., Kim, E. H., Kang, Y. J., & Choi, H. R. (2018). Teaching & learning analysis of mathematical modeling in 6th grade elementary school class using 'Amount of Milk'. *School Mathematics*, 20(4), 547-572.
- 장혜원, 김은혜, 강윤지, 최혜령(2018). '우유의 양' 과제를 이용한 초등학교 6학년 수업에서 수학적 모델링 교수·학습 분석. **학교수학**, 20(4), 547-572.
- Choi, J. S. (2017). Prospective teachers' perception of mathematical modeling in elementary class. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 27(2), 313-328.
- 최지선(2017). 수학적 모델링 수업에 대한 초등 교사의 인식. **수학교육학연구**, 27(2), 313-328.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & research design*. Sage Publishing Inc.
- Creswell, J. W. (2014). *Research: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). California: Sage Publications, Inc.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- Edwards, A. (2001). Researching pedagogy : A sociocultural agenda. *Pedagogy, Culture and Society*, 9(2), 161-186.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 143-162.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Jaworski, B. (2008). Building and sustaining inquiry communities in mathematics teaching development: Teachers and didacticians in collaboration. In K. Krainer, & T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Volume 3* (pp. 309-330). Brill Sense.
- Jung, H. Y. (2019). A middle school mathematics teacher's noticing observed in the mathematical modeling lesson. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, 20(20), 1021-1046.
- 정혜윤(2019). 수학적 모델링 수업에서 나타나는 중학교 수학 교사의 주목하기 분석. **학습자중심교과교육연구**, 20(20), 1021-1046.
- Kaiser, G. (2017). The teaching and learning of mathematical modeling. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 267-291). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kaiser G., & Stender P. (2013) Complex modelling problems in co-operative, self-directed learning environments. In G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 277-293). Springer, Dordrecht.
- Kim, M. K. (2010). *Mathematical modeling in the elementary school curriculum*. Seoul: Kyowooosa.
- 김민경(2010). **수학적 모델링: 초등수학 중심으로**. 서울: 교우사.
- Lazowski, R. A., & Hulleman, C. S. (2016). Motivation interventions in education: A meta-analytic review. *Review of Educational research*, 86(2), 602-640.

- Lee, D. H. (2017). Case study on collaboration between pre-service and in-service elementary mathematics teacher. *School Mathematics, 19*(2), 405-421.
- 이동환(2017). 초등수학 교사교육의 현장연계성 강화를 위한 예비교사-현직교사 협력적 과제 개발 사례 연구. **학교수학**, **19**(2), 405-421.
- Lee, K., Seo, M., Lee, E., Park, M., & Song, C. (2019). Learning of teacher community through designing of mathematical induction tasks: A case of a co-learning inquiry community. *Journal of Educational Research in Mathematics, 29*(3), 425-452.
- 이경화, 서민주, 이은정, 박미미, 송창근 (2019). 수학적 귀납법 단원의 과제 설계를 통한 교사 공동체의 학습: 공동학습형 연구 공동체의 활동 사례를 중심으로. **수학교육학 연구**, **29**(3), 425-452.
- Lee, K. H., Song, C. G., & Jung, H. Y. (2019). Change of teacher knowledge through task design in the teacher-researcher community : Focused on knowledge of students in the area of derivatives application. *The Mathematical Education, 58*(2), 299-317.
- 이경화, 송창근, 정혜윤(2019). 교사연구공동체에서 과제설계를 통한 교사 지식의 변화 : 도함수 활용 영역에서 학생에 대한 지식을 중심으로. **수학교육**, **58**(2), 299-317.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2009). Symbolizing, communicating, and mathematizing: Key components of models and modeling. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 361-383). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(2), 285-311.
- Mousoulides, N., Christou, C., & Sriraman, B. (2008). A modeling perspective on the teaching and learning of mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning, 10*, 293-304.
- Palsdottir, G., & Sriraman, B. (2017). Teacher's views on modeling as a creative mathematical activity. In R. Leikin, & B. Sriraman (Eds.), *Creativity and giftedness* (pp. 47-55). Switzerland: Springer.
- Pang, J. S. (2011). Prospective teachers' analysis and conception of elementary mathematics instruction. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea, 15*(2), 221-246.
- 방정숙(2011). 예비 교사의 초등 수학 수업 분석과 인식. **한국초등수학교육학회지**, **15**(2), 221-246.
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: The case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*(1), 63-94.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 81-104.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. S. (2009). *Implementing standards-based mathematical instruction: A casebook for professional development*. New York:

- Teachers College Press.
- Stender, P., & Kaiser, G. (2015). Scaffolding in complex modelling situation. *ZDM Mathematics Education*, 47, 1255-1267.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential research, essential practice*, 2, 688-697.
- Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2013). *Teaching with tasks for effective mathematics learning*. Springer Science & Business Media.
- Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: a design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 217-237.
- Thanheiser, E. (2017). Commentary on mathematical tasks and the student: Coherence and connectedness of mathematics, cycles of task design, and context of implementation. *ZDM*, 49(6), 965-969.
- Wilkerson, M. H., & Laina, V. (2018). Middle school students' reasoning about data and context through storytelling with repurposed local data. *ZDM*, 50(7), 1223-1235.
- Zaslavsky, O., & Leikin, R. (2004). Professional development of mathematics teacher educators: Growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(1), 5-32.