



## 교과서 활동 분석을 통한 어림측정 지도 개선방안 탐구

장혜원\* · 남지현\*\*† · 김범진\*\*\* · 박유진\*\*\*\*

\*서울교육대학교 교수, \*\*서울이문초등학교 교사, \*\*\*서울태릉초등학교 교사, \*\*\*\*서울양재초등학교 교사

### Improving the Teaching of Estimation through an Analysis of Textbook Activities

Chang, Hyewon\* · Nam, Jihyun\*\*† · Kim, Beomjin\*\*\* · Pak, Yujin\*\*\*\*

\*Professor, Seoul National University of Education, South Korea, hwchang@snue.ac.kr

\*\*Teacher, Seoul Imun Elementary School, South Korea, todanji@hanmail.net

\*\*\*Teacher, Seoul Taereung Elementary School, South Korea, sorrytohear@naver.com

\*\*\*\*Teacher, Seoul Yangjae Elementary School, South Korea, paul14@naver.com

**초록.** 초등학교 수학의 내용 영역 중 하나인 측정은 양감의 형성이라는 목표 아래 측정과 어림 활동을 주요 내용으로 한다. 본 연구에서 어림측정이란 측정 도구 없이 대략적인 측정값을 얻는 과정을 말하며, 교과서에서 제시된 어림측정 활동을 분석함으로써 어림측정 지도를 위한 교수학적 시사점을 얻는 것을 목적으로 한다. 이를 위해, 7차부터 2015 개정 교육과정기까지 초등학교 수학 교과서에 구현된 길이, 둘이, 무게, 각도, 시간, 넓이, 부피의 7가지 속성에 대한 어림측정 활동을 추출하였고, 이를 활동 분량, 어림측정 유형, 어림측정 전략을 기준으로 분석하였다. 그 결과, 길이의 경우 어림측정 활동이 분량, 유형, 전략 면에서 잘 구현되었으나, 이외의 다른 속성들은 분량이 부족하고 일부 유형의 활동에 치우쳐 나타나며, 어림측정 전략을 다양하게 제시하지 못하는 한계를 보였다. 이러한 결과를 바탕으로, 현재 성취기준 제시가 미흡한 속성인 시간, 넓이, 부피의 어림측정 관련 성취기준 포함에 대한 논의의 필요성을 제안하고, 교과서에서 각 속성에 대한 다양한 유형과 전략의 어림측정 활동을 다룰 것을 주장하였다.

**핵심어:** 어림측정, 길이, 둘이, 무게, 각도, 시간, 넓이, 부피, 교과서 분석

**ABSTRACT.** Measurement involves actual measuring or estimating to generate a quantitative understanding of a phenomenon. Estimation in particular refers to the process of obtaining measurements without a measuring tool. This paper aims to investigate didactical implications for estimation by analyzing the estimation activities of textbooks. To this end, we focused on estimation activities in elementary school mathematics textbooks from the seventh to the 2015 revised national curriculum, analyzing them based on activity quantity, estimation type, and estimation strategy. As regards length, the estimation activities were presented appropriately in terms of quantity, type, and strategy. However, other attributes were insufficient in quantity while some activities showed biases and limitations with few estimation strategies to use in a variety of contexts. Based on these results, we propose the inclusion of achievement standards for time, area, and volume and argue that the textbook should address various types of and strategies for estimation activities.

**KEY WORDS:** estimation, length, time, capacity, weight, angle, area, volume, textbook analysis

† corresponding author

Received: Jan 09, 2021 / Reviewed: Jan 26, 2021 / Accepted: Feb 02, 2021

## I. 서론

초등학교 수학의 내용 영역 중 측정은 학생들의 일상생활과 밀접하게 연결되어 있다. 등하교 시각, 학교에서 집까지의 거리, 마시는 물과 우유의 양, 키와 몸무게 재기 등의 상황은 다양한 속성에 대한 측정이 학생들의 일상생활과 얼마나 밀접하게 관련되어 있는지를 보여준다. 학생들은 자신과 관련 있는 측정 활동을 통해 일상적으로 중요한 기능을 자연스럽게 학습할 수 있다(NCTM, 2000). 따라서 일부 학습 요소는 학교에서 형식적 학습이 이루어지기 전에 비형식적 지식을 갖는 경우도 잦다.

측정 영역의 주요 목표는 양감의 형성이다. 측정 학습은 표준화된 단위의 양감을 가질 때 의미 있는 것이며, 양감이 결여된 측정값은 학생들에게 무의미한 수치나 기호일 뿐이다(Kim, 1997). 또한, 측정을 통해 길러지는 양감은 수학적 소양을 기르는 데 도움을 준다(Ministry of education, 2018b). 이 목표를 위한 측정 영역의 주요 활동은 양의 비교, 측정, 어림이며(Ministry of education, 2015), 본 연구에서는 이 중 어림에 초점을 둔다.

측정 영역에서 ‘어림’이라는 용어는 세 가지 맥락에서 사용된다. 첫째, 측정 도구 없이 측정값을 얻는 것을 어림이라고 한다(Bright, 1976; Reys et al., 2015). 연필의 길이나 컵의 들이를 자와 비커를 사용하지 않고 어림하여 측정값을 구하는 것이다. 둘째, 측정 도구의 눈금에 일치하지 않아 가까운 쪽의 눈금을 읽어 근사값을 구하는 것 또한 어림의 범주에 속한다. 예로, 연필의 길이가 자의 눈금에 일치하지 않을 때, 자의 가까운 쪽 눈금을 읽어 ‘약 8cm’로 표현한다. 셋째, 어림수를 얻기 위한 방법으로 올림, 버림, 반올림하는 과정을 ‘어림하기’로 표현한다. 세

가지 의미 중 본 연구는 첫째로 제시한 어림의 맥락을 대상으로 하며, 다른 두 가지 의미와 구별하기 위해 이를 ‘어림측정’이라 할 것이다.

어림은 측정에서 중요한 역할을 하며, 모든 측정은 어림을 바탕으로 하기 때문에, 여러 연구(Baroody & Coslick, 1998; Reys et al., 2015 등)에서 학생들의 어림 능력 강화에 대한 필요성에 대해 강조해왔다. 그러나 어림측정을 위한 다양한 활동이 교실에서 실행되지 않는 실정이다(Byun & Shin, 2009). 그 원인을 어림 활동을 측정을 위한 보조 활동 정도로 간주하는 인식이나 어림 활동에 대한 유용한 지도 방법의 부재에서 찾을 수 있다.

어림측정과 관련된 국내의 선행 연구는 학생의 어림측정 능력에 대한 분석(Park, 2007)이거나, 교과서 분석의 경우 일부 주제(Ko, 2010)나 특정 교육과정기(Park, 2015)를 대상으로 하고 있어, 다양한 측정 속성 및 광범위한 교육과정기를 다루지 못하는 한계가 있다. 이에 본 연구는 7차 교육과정에서부터 2015 개정 교육과정까지 초등 수학에서 다루는 속성 7가지에 대해 교과서에 포함된 어림측정 활동의 변화를 파악하고자 한다. 연구 결과를 바탕으로 어림측정 지도 및 향후 교육과정과 교과서 개발을 위한 교수학적 시사점을 제안할 것이다.

## II. 이론적 고찰

### 1. 어림측정의 유형 및 전략

일반적으로 어림측정이란 측정 도구를 사용하지 않고 측정값을 얻는 것을 말한다. Reys et al.(2015)은 어림이 측정 도구의 도움을 받지 않고 측정값에 도달하는 사고 과정이라고 하여, 측

정 도구를 사용하지 않는다는 조건을 강조하였다. 어렵 활동은 측정 단위의 다른 측정 단위 및 물건의 상대적인 크기에 대한 정신적 틀을 개발하는 것을 돕고, 측정의 기본 특성을 구체적으로 나타내는 활동을 제공하므로 그 중요성을 지닌다(Bright, 1976). 또한, 어렵은 제시된 측정값이 합리적인지 판단할 수 있는 도구로서의 역할을 수행한다(Coburn & Shulte, 1986). 이와 같은 측정의 기본 개념과 관련한 중요성 외에 어렵측정은 일상에서 유용하다. 요리 시 다양한 조미료를 넣을 때, 나에게 맞는 줄넘기의 길이를 가늠할 때, 상자를 포장하는 데 필요한 포장지를 재단할 때 등 어렵측정은 거의 모든 일상에서 이용된다. 실생활 속 어렵측정은 정확할수록 그 유용성이 높아지기 때문에 학생들의 어렵측정 능력 신장의 필요성이 정당화될 수 있다.

Nam, Park, & Shin et al.(2003)은 어렵측정의 이점을 다음과 같이 정리하였다. 첫째, 어렵은 학생이 측정의 속성과 측정 과정에 초점을 맞추도록 도와준다. 카드를 단위로 하여 책표지의 넓이를 어렵하기 위해서는 넓이란 무엇이며 책표지를 덮기 위해 단위인 카드를 어떻게 놓아야 하는지 생각해야 한다. 둘째, 어렵은 측정 활동에 내재적인 동기를 유발한다. 측정 활동 시, 무엇보다 중요한 것이 측정의 필요성을 학생들이 느끼는 것이다. 어렵 활동을 통해 자신이 얼마나 정확히 어렵했는지 알아보는 것은 학생들의 흥미를 유발할 수 있다. 셋째, 표준단위에 대한 양감을 기르는 데 도움을 준다. 예를 들어, 문의 높이를 어렵한다면 미터 단위를 생각하고 1m의 크기를 떠올리게 될 것이다. 넷째, 어렵하기 위해 기준점(benchmark)을 사용한다면 승법적 추론 능력을 기르는 데 도움이 될 것이다. 대상의 길이를 어렵할 때 한 뼘을 기준점으로 사용하면 대상의 대략적인 길이를 기준점의 ‘몇 배’로 어

림할 것이기 때문이다.

한편, 어렵측정 유형은 크게 2가지로 볼 수 있다. 어떤 대상이 주어질 때 그 양의 크기를 어렵하는 것과 어떤 측정값이 주어질 때 그 측정값 정도의 양의 크기를 가진 대상을 찾는 것이다. Bright(1976)는 전자를 유형A, 후자를 유형B로 지칭하며, 대상과 단위의 실제 제시 여부에 따라 총 8가지로 세분화하였다(Figure 1).

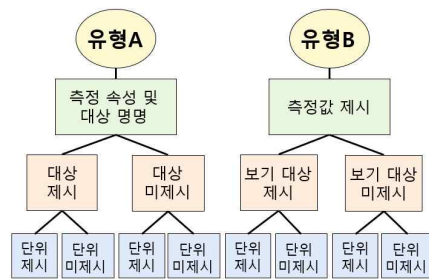


Figure 1. Types of estimation (Bright, 1976)

이를 2015 개정 교육과정에 따른 교과서 활동에서 찾아보면, Figure 2와 같이 선택한 대상의 무게를 어렵하는 활동인 유형A와 주어진 무게에 알맞은 대상을 찾는 활동인 유형B를 확인할 수 있다. 본 연구에서는 명칭 자체에 의미를 담고자 유형A를 ‘측정값 어렵’, 유형B를 ‘대상 찾기’로 명명하였다.

유형 A	여러 가지 물건의 무게를 어렵하고 재어 봅시다. <table border="1"> <tr> <th>물건</th> <th>어려운 무게</th> <th>직접 잴 무게</th> </tr> <tr> <td>해가방</td> <td>약 2 kg</td> <td>2 kg 200 g</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>			물건	어려운 무게	직접 잴 무게	해가방	약 2 kg	2 kg 200 g						
	물건	어려운 무게	직접 잴 무게												
해가방	약 2 kg	2 kg 200 g													
유형 B	<table border="1"> <tr> <th>무게</th> <th>예상한 물건</th> <th>직접 잴 무게</th> </tr> <tr> <td>2 kg</td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>800 g</td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>10 g</td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>	무게	예상한 물건	직접 잴 무게	2 kg			800 g			10 g				
무게	예상한 물건	직접 잴 무게													
2 kg															
800 g															
10 g															

Figure 2. Cases by types of estimation (Ministry of Education, 2018a, pp. 112~113)

어림측정은 추측을 기반으로 하므로 정확한 어림값을 얻기 어렵다. 따라서 어려운 결과의 옳고 그름을 판단하지 않고(Reys et al., 2015), 정확성을 강조하지 않도록 유의해야 한다(Ministry of Education, 2018b). 그러나 무턱대고 아무 값을 말하는 것은 물론 아니므로 암묵적으로는 측정값에 가깝게 어렵하는 것이 중요하고, 그것이 바로 양감의 신장과 직결된다. 어림측정을 좀 더 정확하고 효율적으로 할 수 있는 한 가지 방법이 어림측정 전략의 사용이다. Reys et al.(2015), Ministry of Education(2018b)은 Table 1과 같이 참조물 비교, 덩어리 짓기, 단위화하기 등 3가지 어림측정 전략을 제시한다.

## 2. 어림측정에 대한 선행 연구

어림측정에 대한 선행 연구는 초등학교의 어림측정 능력을 조사한 것과 어림측정을 다룬 교과서 분석 연구로 나누어볼 수 있다.

초등학생들의 어림측정 능력을 조사한 선행 연구 결과는 우리나라 초등학교들이 보이는 어림측정의 특징을 보여준다. Han, Ryu, & Moon (2004)은 영재 학급에 소속된 5, 6학년 학생의 길이, 무게, 부피에 대한 어림측정 능력을 조사

하였다. 그 결과 길이, 부피, 무게 순으로 어림측정의 정확성이 높게 나타났다. 길이의 경우 제시된 길이에 해당하는 길이 만들기 및 물체의 길이 어렵하기 모두 16% 미만의 오차율을 보인 반면, 무게와 부피의 경우 제시된 물체에 해당하는 측정값 찾기와 주어진 물체의 무게와 부피 어렵하기 모두 65% 이상의 오차율을 보였다. 이러한 속성별 어림측정 능력의 차이가 경험의 양에서 기인한 것으로 해석되었다. 즉, 길이는 수학 등 교과 활동에서 쉽게 접하고 길이의 측정 도구인 자나 줄자 등이 학생들에게 널리 보급되어 사용되지만, 무게나 부피는 실생활에서 측정 경험을 갖기 어렵다는 것이다.

Park(2007)은 5, 6학년 학생의 길이, 들이, 넓이의 어림측정 전략을 알아보았다. 길이의 경우 기준척도 전략을 사용하였고, 들이를 어렵할 때에는 물건의 높이 및 부피 공식을 이용하였으며, 넓이의 경우에는 넓이 공식을 이용하여 어렵하였다. 참값의  $\pm 10\%$  범위까지를 정답으로 하였을 때, 각 속성에 대한 어림값의 정답률이 길이는 35% 이하, 들이는 5% 이하, 넓이는 20% 이하로 매우 저조하게 나타났다. 상황에 따라 어림 전략이 다양하게 활용되지 못한 점, 들이 및 넓이 어렵 시 공식에 의존한다는 점 등을 근거로 각 속

**Table 1.** Strategies of estimation (Reys et al., 2015; Ministry of Education, 2018b)

어림측정 전략	설명 및 예시
참조물 비교 (references)	기준과 비교하여 어렵하는 전략으로, 개인적인 참조물로 자신이 길이를 알고 있는 뽕, 손가락 길이, 한 걸음의 길이, 팔의 길이 등이 가능하다. 예를 들어, 내 키가 1m 30cm임을 알고 사물함의 높이를 약 1m 15cm로 어렵하는 것이다.
덩어리 짓기 (chunking)	전체를 적절한 크기로 나누어 알아보는 전략이다. 전체를 어렵 가능한 부분으로 나누고, 각 부분을 어렵하여 다시 합하여 전체를 어렵한다. 예를 들어, 학교에서 도서관까지의 거리를 어렵하기 위해 사이에 있는 병원을 고려하여 학교에서 병원, 병원에서 도서관까지의 거리를 어렵하여 더하는 것이다.
단위화하기 (unitizing)	전체를 같은 단위로 나누어서 어렵하는 것으로, 한 부분을 어렵하고 전체에 몇 부분이 있는가를 알아본다. 예를 들어, 타일이 깔린 욕실 바닥의 가로 길이를 구하고자 할 때, 우선 타일 하나의 가로 길이를 어렵하고, 욕실 바닥에 타일이 몇 장 깔려있는지를 이용하여 전체 바닥의 가로 길이를 어렵하는 전략이다.

성에 대한 어렵측정 전략의 지도를 주장하였다.

Jeon(2020)은 6학년 학생의 길이, 둘이, 넓이에 대한 어렵측정 능력을 알아보았다. 학생들은 길이, 둘이, 넓이 순으로 정확히 어렵하였으며, 길이는 실제값보다 크게, 둘이와 넓이는 실제값보다 작게 어려워 속성에 따른 학생들의 양감의 차이를 확인하였다. 특히, 참값의  $\pm 30\%$  범위까지를 정답으로 하였을 때, 길이는 60% 이상의 정답률을 보인 반면 둘이는 50% 미만, 넓이는 30% 미만의 정답률을 보여 길이에 대한 양감이 가장 잘 형성되어 있음을 보여준다. 또한, 어렵측정 전략과 관련하여, 길이 어렵 시 다양한 전략을 사용하였고 둘이의 경우에는 벤치마크 전략을, 넓이의 경우에는 공식을 사용하여 계산하는 전략을 주로 사용하였다.

한편, Han, Nam, & Yoon(2019)은 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 과제를 통해 5, 6학년 수학, 과학 영재학생들의 넓이 어렵측정 전략을 분석하였다. 그 결과, 단위넓이 사용 전략의 빈도가 가장 높았고, 수학 영재 학생들은 단위넓이에 포함되지 않는 부분을 논리적으로 어렵하여 정확도를 높이는 한편, 일부 학생은 등적 변형의 원리를 이용하여 곡선을 최대한 직선으로 근사시켜 삼각형, 사각형의 넓이 공식을 통해 전체 넓이를 구하려 하였다.

이상의 선행 연구 분석은 학생들의 길이에 대한 양감이 잘 발달되어 있는 반면, 그 외의 둘이, 무게, 넓이, 부피 등의 어렵측정 능력은 상대적으로 매우 부족하며, 제한된 어렵측정 전략만을 사용하는 것을 보여준다. 이는 학교에서 지도되는 어렵측정 활동의 분량 및 전략에 따른 영향으로 추측되며, 따라서 교과서에 제시된 어렵측정 활동에 대해 고찰할 필요가 있음을 시사한다.

이제 어렵측정에 관한 교과서 분석 연구를 살펴보자. 측정 영역에 대한 우리나라와 외국 교과

서의 비교 분석 연구(Lee, Lee, & Park 2018; Pang, Kwon, & Kim et al., 2016)에서 어렵측정을 부분적으로 다루었고, 어렵측정에 초점을 맞춘 연구에는 길이의 어렵측정에 관한 교과서를 분석한 연구(Ko, 2010)와 2009 개정 교과용 도서에 제시된 모든 측정 속성의 어렵측정 활동을 분석한 연구(Park, 2015) 등이 있다.

먼저, Lee et al.(2018)은 우리나라와 일본 교과서의 각 측정 속성에 대한 어렵측정 유형이 다르게 나타남을 확인하였다. 이를 통해 우리나라 2009 개정 교과서는 넓이와 부피에서 주어진 측정값에 대한 대상 찾기 활동이 제시되지 않으므로 이에 대한 논의를 제안하였다.

Pang et al.(2016)은 한국, 일본, 싱가포르, 미국 초등학교 수학 교과서에 제시된 둘이와 무게에서 전반적인 학습 내용 및 지도 시기와 주요 학습 내용별 지도 방안을 비교하였다. 이 중 어렵 및 측정 활동과 관련하여 한국과 싱가포르에서는 측정 단위를 먼저 제시하여 단위 선택의 기회를 제공하지 않는 반면 일본과 미국은 단위 선택의 기회를 직접 제공하는 것으로 나타났다. 이에 근거하여 어렵이나 측정에 앞서 대상의 둘이나 무게에 따른 적절한 측정 단위를 학생 스스로 선택하는 기회를 제공할 필요가 있음을 주장하였다.

Ko(2010)는 2007 개정 교과서에서 길이의 어렵측정에 초점을 맞추었다. 길이 인식과 관련된 내용을 학습동기, 측정 도구 및 원리, 단위의 이해 및 선정, 어렵값의 속성 및 어렵 전략 등의 측면에서 분석하였다. 또한, 2007 개정 교육과정 및 교과서에서 어렵과 양감 형성이 충분히 반영되지 못했기 때문에 어렵값의 표현과 관련하여 측정값이 근본적으로 근삿값이라는 속성에 대해 언급하고 토론할 것, 규격화된 사물을 참조물로 활용하는 다양한 어렵 전략을 활용하고 어렵의

합리성에 대해 토론할 것을 제안하였다.

Park(2015)은 2009 개정 교과용에 제시된 길이, 시간, 들이, 무게, 각도, 넓이, 부피의 어림제기<sup>1)</sup> 활동을 유형 및 전략에 따라 분석하였다. 분석 결과, 어림 전략을 비교적 상세히 예시한 지도서에 비해 교과서에서는 그렇지 않으므로, 교과서에 다양한 전략을 안내할 것을 제안하였다.

이상의 선행 연구 분석 결과로부터, 우리나라 수학 교과서에서는 일부 속성에서만 어림측정을 다루고, 측정 단위 선택의 기회를 제공하지 않는다는 사실을 알 수 있다. 또한, 어림측정 전략을 충분히 지도하지 않으므로 학생들의 어림측정 능력 및 양감 형성이 충분히 이루어지지 않았을 것이라 예상된다. 다만 이 연구들은 일부 측정 속성의 어림측정에만 초점을 두거나 특정 시기의 교육과정만을 분석 대상으로 하고 있다는 한계가 있어 본 연구에서는 7차 교육과정에서부터 2015 개정 교육과정까지 모든 측정 속성에 대한 어림측정 활동에 초점을 두어 분석할 것이다.

### 3. 어림측정에 대한 교육과정 성취기준 분석

1차 교육과정 이후 현행 2015 개정 교육과정까지 학교수학에서 다루는 7개 속성 중 시간, 넓이, 부피를 제외한 길이, 무게, 들이, 각도의 어림측정에 대한 성취기준은 Table 2와 같다. 이들 속성은 시각이나 촉각에 의해 어림될 수 있는 반면, 시간의 어림은 개인의 직감에 의존하기 때문에 어림하기에 어려운 측면이 있다. 또한, 넓이나 부피는 측정값을 얻기 위해 측정 도구를 사용한 측정이 아닌 공식에 의존한 원리나 계산이 중심이 되기 때문에 성취기준에 제시되지 않

은 것으로 보인다.

1~3차 교육과정에서는 길이의 어림측정을 다루었고 1차에는 무게와 들이의 어림측정까지 나온다. 그러나 4~6차에서는 어림측정에 대한 성취기준이 사라졌고, 다시 등장한 시기는 7차 교육과정이다. 이후 점차 강화되어 2009 개정 교육과정에서는 각도의 어림측정에 대한 성취기준도 도입되었다.

이를 바탕으로 본 연구에서는 어림측정에 대한 성취기준을 본격적으로 제시하는 7차 교육과정 이후에 유의미한 어림측정 활동이 교과서에 제시될 것으로 기대되어, 7차 교과서부터 2015 개정 교과서까지를 분석 대상으로 삼고자 한다.

## III. 연구 방법

### 1. 분석 대상

본 연구에서는 7차에서부터 2015 개정 교육과정까지 수학 교과서에 제시된 측정 단위의 어림측정 활동을 분석 대상으로 한다. 본 연구에서 7차 교육과정에 따른 교과서를 분석의 시작점으로 삼은 것은 앞서 제시했듯이, 어림측정에 대한 성취기준이 본격적으로 등장한 시기가 7차 교육과정이기 때문이다. 교육과정상 어림측정에 대한 성취기준이 명시적으로 드러난 속성은 길이, 들이, 무게, 각도지만, 수학 교과서에서는 이외에 시간, 넓이, 부피를 포함하는 7개의 속성에 대한 어림측정 활동이 제시되므로, 관련 단원을 모두 분석 대상으로 하였다. 교과서의 본 차시와 더불어 문제해결, 놀이활동 등의 특화 차시, 단원평가 차시가 포함된다. 수학 익힘은 자학자습용으로

1) 각 속성의 양을 직접측정이나 간접측정을 통해서 구하지 않고, 그 크기를 표준단위를 사용하여 대강 나타낸다는 의미에서 '어림제기'라는 표현을 사용하였다. 본 연구의 '어림측정'과 동일 의미이다.

**Table 2.** Achievement standard about estimation- longitudinal analysis

	길이	무게	들이	각도
1차	(3)목측, (4)목측, (5)목측 (6)길이나 거리에 개측(概測) 을 활용하는 능력	(5)무게의 개측(概測)	(5)들이에 대한 개측(概測)	-
2차	(3)눈으로 재기 (4)눈으로 재기 (5)눈으로 재기의 활용	-	-	-
3차	(3)어림 재기를 통하여 길 이를 측정하기-목측	-	-	-
4차 ~ 6차	-	-	-	-
7차	(2-가)여러 가지 물건의 길 이를 어렵해 보고, 제어 봄 으로써 양감을 기른다. (2-나)여러 가지 물건의 길 이를 어렵해 보고, 양감을 기른다.	-	(3-나)여러 가지 그릇의 들이를 짐작하고, 제어 서 양감을 기른다.	-
2007 개정	(2)여러 가지 물건의 길이를 어렵하고 제어 봄으로써 양감을 기른다.	(3)여러 가지 무게를 어렵하고 제어 봄으로써 양감을 기른다.	(3)여러 가지 그릇의 들이를 어렵하고 제어 봄으로써 양감을 기른 다.	-
2009 개정	(1,2)여러 가지 물건의 길 이를 어렵하여 보고, 길이 에 대한 양감을 기른다. (3,4)물건의 길이나 거리를 어렵하고 직접 제어보는 활동을 통해 길이에 대한 양감을 기른다.	(3,4)여러 가지 물체의 무게를 어렵하고 직접 제어보는 활동을 통해 무게에 대한 양감을 기 른다.	(3,4)여러 가지 그릇의 들이를 어렵하고 직접 제어보는 활동을 통해 들이에 대한 양감을 기 른다.	(3,4)여러 가지 각도 를 어렵하고 직접 제어보는 활동을 통 해 각도에 대한 양 감을 기른다.
2015 개정	(1,2)여러 가지 물건의 길 이를 어렵하여 보고, 길이 에 대한 양감을 기른다. (3,4)길이를 나타내는 새로 운 단위의 필요성을 인식 하여 1mm와 1km의 단위를 알고, 이를 이용하여 길 이를 측정하고 어렵할 수 있다.	(3,4)무게를 나타내는 표준 단위의 필요성을 인식하여 1g과 1kg의 단위를 알고, 이를 이 용하여 무게를 측정하 고 어렵할 수 있다.	(3,4)들이를 나타내는 표준 단위의 필요성을 인식하여 1L와 1mL의 단위를 알고, 이를 이 용하여 들이를 측정하 고 어렵할 수 있다.	(3,4)각의 크기의 단 위의 1도(°)를 알고, 각도기를 이용하여 각의 크기를 측정하 고 어렵할 수 있다.

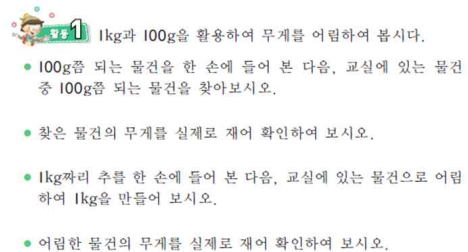
로 의도된 것이라 교사가 수업에서 의무적으로 지도하는 도서가 아니므로 모든 학생의 경험이 보장되지 않으며, 지도서는 교사용으로 개발된 것이므로 분석 대상을 수학교과서로 국한한다. 다만 7차 교육과정의 경우 단원평가를 수학 익힘에 제시하여, 해당 부분을 분석 대상으로 포함시켰다. 분석 대상인 교육과정기별 교과서의 학년, 학기, 단원은 Table 3과 같다.

**Table 3.** The objects of analysis

교육과정	학년·학기·단원
7차	2-가-5 길이 재기 2-가-7 시간 알아보기 2-나-5 길이 재기 3-가-8 길이와 시간 3-나-5 들이 재기 4-가-3 각도 4-가-5 시간과 무게 5-가-6 평면도형의 둘레와 넓이 6-가-5 겹넓이와 부피 6-나-4 원과 원기둥
2007 개정	2-1-5 길이 재기 2-1-7 시간 알아보기 2-2-3 길이 재기 3-1-8 길이와 시간 3-2-5 들이와 무게 4-1-3 각도 5-1-7 평면도형의 넓이 6-1-5 원주율과 원의 넓이 6-2-4 원기둥의 겹넓이와 부피 6-2-3 직육면체의 겹넓이와 부피
2009 개정	2-1-4 길이 재기 2-2-3 길이 재기 2-2-4 시각과 시간 3-1-5 시간과 길이 3-2-5 들이와 무게 4-1-3 각도와 삼각형 5-1-5 다각형의 넓이 6-1-5 원의 넓이 6-1-6 직육면체의 겹넓이와 부피 6-2-3 원기둥, 원뿔, 구
2015 개정	2-1-4 길이 재기 2-2-3 길이 재기 2-2-4 시각과 시간 3-1-5 길이와 시간 3-2-5 들이와 무게 4-1-2 각도 5-1-6 다각형의 둘레와 넓이 6-1-6 직육면체의 부피와 겹넓이 6-2-5 원의 넓이

## 2. 분석 방법

7차에서 2015 개정 교육과정에 따른 수학 교과서의 어림측정 지도 내용을 분석하고자, 먼저 교과서의 해당 활동을 추출하였다. 구체적으로, 어림측정 활동의 하위 발문 및 어림측정 방법을 설명하는 문장을 추출하였다. 예를 들어, Figure 3에서 활동 1 아래 제시된 발문 4개 중 어림측정과 관련된 발문인 첫째와 셋째를 취하여 분석하였다.



**Figure 3.** Estimation of weight  
(Math 3-2-5, p. 74)

이후, 추출된 활동을 분석하기 위한 기준을 마련하고자, 앞서 고찰한 선행 연구를 바탕으로 Figure 4와 같은 분석틀을 설정하였다. 어림측정의 활동 분량, 유형, 전략의 세 가지 측면이다. 교육과정의 변천에 따른 어림측정 활동의 양적 변화를 파악하고자 추출된 활동의 수를 세어 제시하였다. 선행 연구 분석 결과에 따르면 어림측정의 유형과 전략은 학생들의 어림측정 능력에 중요한 영향을 미치므로, 교과서에서 추출된 활동의 유형과 전략도 분석하였다. 앞서 고찰하였듯이 Bright(1976)는 어림측정 유형을 8가지로 세분화하였으나, 대상 및 단위의 제시 여부는 실제 수업 및 환경에 따라 결정될 가능성이 크며 교과서 장면만으로는 분석하기 어려운 면이 있다.



따라서 본 연구에서는 Figure 1의 최상위 범주에 따라 2가지 유형 ‘측정값 어렵’과 ‘대상 찾기’를 분석 기준으로 삼았다. 어렵측정 전략은 지도서에서 제시한 3가지 전략인 ‘참조물 비교’, ‘덩어리 짓기’, ‘단위화하기’를 기준으로 하여 교과서에서 구현 정도를 분석하였다. 아울러, 교과서에 나타난 어렵측정 활동 장면을 일부 추출하여 논의하였다.



Figure 4. Framework

#### IV. 연구 결과

이 장에서는 7차부터 2015 개정 교과서에 제시된 어렵측정의 활동 분량, 유형, 전략 측면을 각 속성별로 알아볼 것이다.

##### 1. 길이

교육과정별로 길이의 어렵측정 활동 분석 결과는 Table 4와 같다.

Table 4. Estimation of length

	활동 분량	어림측정 유형		어림측정 전략		
		측정값 어렵	대상 찾기	참조물 비교	덩어리 짓기	단위화하기
7차	19	18	1	2	-	3
2007개정	13	10	3	1	-	-
2009개정	13	7	6	1	1	3
2015개정	25	15	10	5	2	5
합계	70	50	20	9	3	11

활동 분량을 살펴보면, 7차 교과서에 19개, 2007 개정 교과서에 13개, 2009 개정 교과서에 13개, 2015 개정 교과서에 25개가 제시되었다. 어렵과 양감을 강조하는 최근 수학교육의 흐름을 반영하여 2015 개정 교과서에서 그 빈도가 가장 큰 것으로 판단된다.

학교수학에서 다루는 길이 단위는 cm, m, mm, km 순으로 제시된다. 길이 단위에 따른 어렵측정의 지도시기를 살펴보면, 2학년 1학기에 cm에 대한 활동이 핵심적으로 다루어졌다. 2학년 2학기에는 cm보다 큰 단위인 m를 도입하고 이를 어렵하는 활동이 제시되었다. 3학년 1학기에는 mm와 km가 도입되는데, 7차 교과서에서는 두 단위에 대한 어렵 활동을 제시하지 않았다. 2007 개정 교과서에서는 학교에서 1km 떨어진 곳을 말하는 활동을 통해 km에 대한 어렵 활동만 일부 제시하였다. 2009 개정 교과서에서는 mm에 대한 어렵측정 활동으로, 2개의 물건을 더하여 주어진 길이가 되도록 하는 놀이 활동을 제시하였으나, km를 어렵하는 활동은 제시하지 않았다. 2015 개정 교과서에서는 mm와 km에 대한 어렵측정 활동을 모두 제시하였다. 특히 km와 관련하여 지도를 활용한 것이 특징적이다. 지도에서 거리를 어렵하는 활동을 전략과 함께 제시하고 있어 학생들의 거리에 대한 추론 능력을 기를 수 있도록 하였다. 그러나 교과서에 주어진 지도 상에서의 활동이므로 단위 거리의 몇 배라는 양감은 가능하지만 실제 km에 대한 양감의 신장은 불가하다는 한계가 있다. 이전 교육과정에 비해 2015 개정 교과서에서 mm와 km에 대한 어렵측정 활동의 분량이 늘어난 것은 2015 개정 교육과정에 ‘1mm와 1km의 단위를 알고, 이를 이용하여 길이를 측정하고 어렵할 수 있다.’라는 성취기준이 새로 추가되어 교과서에서도 이를 반영한 결과이다.

길이의 어림측정 유형을 살펴보면 7차 교과서, 2007 개정 교과서에서는 주로 측정값 어림이 많이 사용되었고, 2015 개정 교과서로 갈수록 대상 찾기의 활동 빈도가 증가하였다. 측정값 어림으로는 주로 학생들이 교실에서 쉽게 접할 수 있는 학용품이나 책상, 칠판의 길이를 어림해보는 활동을 다루고 있다. 대상 찾기로는 특정 길이에 해당하는 물건을 찾아보거나 칼흠이나 끈을 사용하여 만들어보는 활동 등이 있다.

길이의 어림측정 전략을 살펴보면, 2007 개정 교과서를 제외하고는 참조물 비교와 단위화하기 전략을 제시하였고, 2009 개정과 2015 개정 교과서에는 덩어리 짓기 전략을 포함한 활동도 나타났다. 7차 교과서 2-나-52)에 Figure 5와 같이, 1m 막대를 만든 후 이를 사용하여 교탁의 가로와 칠판의 가로를 어림해보는 활동이 있다. 어림 시 사용하는 도구는 동일하지만 어림 대상에 따라 전략의 차이가 있다. 교탁의 가로는 1m보다 조금 더 길거나 짧을 것이므로 1m 막대를 참조물로 삼아 비교하여 어림하지만, 교실에 있는 칠판의 가로는 4-5m이므로 1m를 단위로 하여 몇 배가 되는지 생각하여 어림할 것으로 예상된다. 따라서 전자는 참조물 비교 전략, 후자는 단위화하기 전략을 나타낸 것으로 볼 수 있다.

**활동 1** 1m 막대로 어림하여 보시오.

- 10 cm 되는 색 테이프 10 개를 막대에 붙이시오.
- 막대로 교탁의 가로를 어림하여 보시오.  
약 몇 m입니까?
- 막대로 칠판의 가로를 어림하여 보시오.  
약 몇 m입니까?

**Figure 5.** Reference and unitizing strategy for length estimation (Math 2-나-5, p. 82)

단위화하기 전략이 사용된 활동에서는 주로 몸의 일부(손가락, 뺨, 양팔, 발걸음) 길이를 단위처럼 사용하였다. 2009 개정 교과서 2-2-3에 내 몸의 일부분을 이용하여 5m의 끈을 만들어보는 활동을 제시하였다. 이때 몸의 일부분을 단위처럼 사용하여 단위화하기 전략을 사용했음을 확인할 수 있다.

교과서에 제시된 단위화하기 전략을 담은 활동은 주로 단위의 자연수 배가 되는 길이의 어림이다. 그러나 단위를 분수 배하는 단위화하기 전략이 2015 개정 교과서 3-1-5에 유일하게 제시되었다(Figure 6). 1km를 찾기 위해 약 2km의  $\frac{1}{2}$  배를 추론하도록 하여 이전의 단위화하기와 다른 사고 과정을 요구하고 있음을 확인할 수 있다.




**Figure 6.** Fractional unitizing strategy for length estimation (Math 3-1-5, p. 95)

덩어리 짓기 전략은 2009 개정 교과서 3-4-5에 Figure 7과 같이 구체물을 여러 개를 이어 특정 길이를 만들어보는 활동에 담겨 있다. 7차와

2) 교과서를 ‘학년-학기-단원’으로 지칭하여, 예컨대 2-1-3은 2학년 1학기 3단원을 나타낸다.

2007 개정 교과서에서는 덩어리 짓기 전략이 나타나지 않았고, 2009 개정 교과서에 1개, 2015 개정 교과서에 2개의 활동이 제시되어 있어, 교육과정이 지날수록 다양한 어렵측정 전략을 구현하고자 하였음을 알 수 있다.

 어렵하기 놀이를 해 보시오.

**인원** 2명

**준비물** 여러 가지 학용품, 자

**놀이 방법**

- 1 만들어야 할 길이를 정합니다.
- 2 2개의 물건의 길이를 더하여 주어진 길이가 될 수 있도록 2개의 물건을 맞댄 뒤 전체 길이를 어렵합니다.
- 3 주어진 길이와 얼마만큼 차이가 있는지 알아봅니다.
- 4 주어진 길이에 더 가까운 사람이 이깁니다.

**Figure 7.** Chunking strategy for length estimation (Math 3-1-5, p. 175)

## 2. 들이


교육과정별로 들이의 어렵측정에 대한 분석 결과는 Table 5와 같다.

**Table 5.** Estimation of capacity

	활동분량	어렵측정 유형		어렵측정 전략		
		측정값 어렵	대상 찾기	참조물 비교	덩어리 짓기	단위화 하기
7차	4	1	3	1	-	2
2007개정	3	1	2	3	-	-
2009개정	5	2	3	2	-	2
2015개정	5	4	1	2	1	2
합계	17	8	9	8	1	6

7차 교과서에서 4개, 2007 개정 교과서에서 3개, 2009 개정 교과서에서 5개, 2015 개정 교과서에서 5개의 들이 어렵측정 활동이 제시되었다. 교육과정이 개정되어도 3~5개 활동 분량이 유지된 것은 7차부터 2015 개정 교육과정에 이르기까지 성취기준에 어렵 활동이 명시적으로 제시된 속성이 길이와 들이뿐이기 때문인 것으로 보인다.

들이의 어렵측정 유형을 살펴보면, 총 17개 활동 중 측정값 어렵이 8개, 대상 찾기가 9개로 교육과정 전체에서의 유형 빈도는 비슷하나 교육과정별로 살펴보면 어렵측정 유형의 경향이 변화되어왔음을 알 수 있다. 들이 단원에서 어렵측정은 대체로 들이의 표준단위인 1L와 1mL를 배운 후 각각의 단위량에 대한 양감을 기르는 활동으로 제시된다. 7차와 2007 개정 교과서는 들이의 표준단위를 도입한 후 Figure 8과 같이 참조물에 대한 양감을 키우는 활동을 먼저 제시하고, 곧바로 각 참조물에 상응하는 물건을 찾아보는 대상 찾기 활동을 통해 익힌 양감을 활용할 수 있도록 하였다.

 1L와 100mL를 활용하여 들이를 어렵하여 봅시다.

- 100mL를 재어 병에 물을 부은 다음, 100mL쯤 되는 물건을 찾아보시오.
- 찾은 물건의 들이를 실제로 재어 확인하여 보시오.
- 1L를 재어 병에 물을 부은 다음, 1L쯤 되는 물건을 찾아보시오.
- 찾은 물건의 들이를 실제로 재어 확인하여 보시오.

**Figure 8.** Capacity estimation activity (Math 3-2-5, p. 68)

2009 개정과 2015 개정 교과서는 들이 어렵 차시에서 학생들이 어렵 전략을 생각해보는 활동으로 시작한다. 이어서 주변의 물건의 들이를 어렵해보고 이를 직접 재어 어려운 결과와 비교하는 활동을 제시하였다. 이러한 차시 내 구성 순서에 따라 측정값 어렵 유형의 빈도가 점차 증가한 것으로 나타난다.

들이의 어렵측정 전략도 교육과정에 따라 변화가 있었다. 2007 개정 교과서를 제외하고는 참조물 비교와 단위화하기 전략이 모두 제시되었다. 덩어리 짓기 전략은 2015 개정 교과서에 이르러서 3가지 어렵측정 전략을 안내하는 활동으로 처음 도입되었다(Figure 9).



Figure 9. Three strategies for capacity estimation (Math 3-2-5, p. 102)

### 3. 무게

교육과정별로 무게의 어림측정에 대한 분석 결과는 Table 6과 같다.

Table 6. Estimation of weight

	활동 분량	어림측정 유형		어림측정 전략		
		측정값 어림	대상 찾기	참조물 비교	덩어리 짓기	단위화 하기
7차	1	1	-	1	-	-
2007개정	3	1	2	3	-	-
2009개정	6	3	3	4	-	2
2015개정	6	4	2	2	2	2
합계	16	9	7	10	2	4

교육과정이 개정됨에 따라 교과서에 제시되는 활동 수의 증가로부터 무게의 어림측정에 대한 강조 추세를 읽을 수 있다. 각 교과서에서 무게의 어림측정 활동을 본 차시의 주요 활동으로 제시한 것도 같은 맥락으로 해석된다.

어림측정의 유형 측면에서는, 측정값 어림 9개, 대상 찾기 7개로 두 유형의 활동 수가 비슷하게 나타났다. 7차 교과서를 제외하고는 모두 두 가지 유형을 제시하고 있어, 교과서 집필 시에 대한 고려가 있었던 것으로 추측된다.

어림측정 전략의 경우 참조물 비교 전략이 모든 교과서에 나타났으며 출현 빈도도 가장 높다. 덩어리 짓기 전략은 2015 개정 교과서에서 유일하게 나타났다. 어림 차시에서 덩어리 짓기 전략

을 아이의 말풍선으로 제시하였고, 단원평가에서 1kg이 되도록 물건을 모아 재어보라는 활동을 통해 덩어리 짓기 전략을 사용할 기회를 제공하였다. 단위화하기 전략은 2009 개정 교과서에서부터 도입되어 지도되었다.

또한, 2015 개정 교과서에는 Figure 10과 같이 하나의 활동 내에서 2가지 전략을 사용하기도 하였다. 학생들은 아이의 말풍선을 보고 1kg을 이용하여 어림측정을 할 것으로 기대된다. 2kg인 물건을 예상하기 위해서는 기준이 되는 1kg의 2배인 물건을 찾을 것이므로 단위화하기 전략, 800g인 물건을 예상하기 위해서는 1kg과 비교하여 무게가 조금 덜 되는 것을 찾을 것이므로 참조물 비교 전략을 사용할 것이 기대된다.

무게에 알맞은 물건을 예상하고 확인해 봅시다.

내가 만든 1kg인 물건과 비교해 볼까요?

무게	예상한 물건	직접 잰 무게
2 kg		
800 g		
10 g		

Figure 10. Two strategies for one weight estimation activity (Math 3-2-5, p. 113)

### 4. 각도

교육과정별로 각도의 어림측정에 대한 분석 결과는 Table 7과 같다.

Table 7. Estimation of angle

	활동 분량	어림측정 유형		어림측정 전략		
		측정값 어림	대상 찾기	참조물 비교	덩어리 짓기	단위화 하기
7차	1	1	-	-	-	-
2007개정	2	2	-	-	-	-
2009개정	7	6	1	-	-	-
2015개정	6	5	1	1	-	-
합계	16	14	2	1	0	0

7차 교과서에 1개, 2007 개정 교과서에 2개, 2009 개정 교과서에 7개, 2015 개정 교과서에 6개의 활동이 제시되었다. 이전 교육과정기에 비해 최근의 두 교과서에서 어렵측정 활동이 높은 빈도로 나타났다. 2009 개정 교과서에서 활동 분량의 급격한 변화는 교육과정에서 관련 성취기준이 제시되기 시작한 것에서 그 원인을 찾을 수 있다.

각도의 어렵측정 유형을 살펴보면, 제시된 각의 크기를 어려운 후 재어서 어려운 각도와 비교하는 측정값 어렵 유형의 활동이 주를 이룬다. 이와 같은 기본 어렵측정 활동이 모든 교육과정기의 교과서에 구현되어 있으며, 대상 찾기 유형은 2009 개정 교과서에는 짝과 번갈아 가며 각을 직접 그려보는 활동으로 처음 도입되었다.

한편 각도의 어렵측정 전략은 제시되지 않다가 2015 개정 교과서에 처음 활동으로 구현되었다. Figure 11처럼 직각 삼각자의 세 각의 크기와 비교하여 주어진 각의 크기를 어렵해보는 활동을 제시하여, 참조물 비교 전략을 사용하도록 안내하였다.

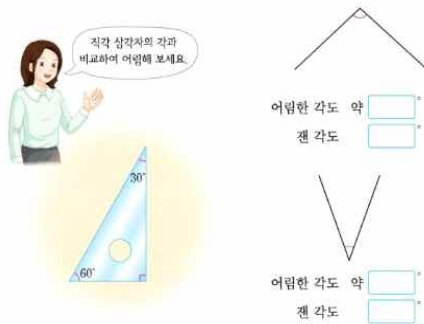


Figure 11. Reference strategy for angle estimation (Math 4-1-2, p. 46)

### 5. 시간

교육과정별로 시간의 어렵측정 활동 분석 결

과는 Table 8과 같다.

Table 8. Estimation of time

	활동 분량	어렵측정 유형		어렵측정 전략		
		측정값 어렵	대상 찾기	참조물 비교	덩어리 짓기	단위화 하기
7차	2	-	2	-	-	-
2007개정	-	-	-	-	-	-
2009개정	6	1	5	-	-	1
2015개정	2	-	2	1	-	-
합계	10	1	9	1	0	1

우선 교육과정에 따른 시간의 어렵측정 활동의 분량 차이를 볼 수 있다. 7차 교과서에서 2개, 2009 개정 교과서에서 6개, 2015 개정 교과서에서 2개의 활동이 제시되었고, 2007 개정에는 시간의 어렵측정 활동이 없다. 이와 같은 활동 분량의 차이는 교육과정에서 시간의 어렵측정에 대한 성취기준을 제시하지 않기 때문에 교과서 집필진의 해석에 따른 차이로 판단된다. 2015 개정 교육과정의 경우 시간의 어렵측정을 성취기준으로는 제시하지 않았지만, 3-4학년 측정 영역의 교수·학습 방법 및 유의 사항에 ‘실제로 재거나 어렵하는 측정 활동을 통하여 시간, 길이, 들이, 무게, 각도에 대한 양감을 기르게 한다.’고 명시하였기 때문에, 3-1-5 교과서에 Figure 12와 같이 시간의 어렵측정을 본 차시의 주요 활동으로 다룬 것으로 보인다.

■ 몇 초를 어렵해 봅시다.



● 눈을 감고 김밥 데우는 시간만큼을 어렵해 보세요.

Figure 12. Time estimation activity (Math 3-1-5, p. 97)

시간의 어림측정 유형은 활동 10개 중 측정값 어림이 1개, 대상 찾기가 9개로 후자의 빈도가 월등히 높다. 즉, 시간을 제시하고 그 시간에 할 수 있는 알맞은 활동을 찾아보도록 한 유형을 교과서에서 많이 다룬 것이다. 7차 교과서 2-가-7의 ‘2분이 다 되었다고 생각하면 손들기’, 2009 개정 교과서 2-2-4의 ‘몇 분 동안 할 수 있는 일 찾기’ 등의 활동은 대상 찾기 유형에 해당한다. 한편, 측정값 어림 유형은 유일하게 2009 개정 교과서 3-1-5의 단위평가 차시에 제시되어 있다. 걸어서 운동장 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간을 어림하는 활동을 제시하여, 주어진 활동에 대한 측정값을 어림하도록 하였다.

시간의 어림측정 전략은 2009 개정과 2015 개정 교과서에서 제시되었다. 2009 개정 교과서 3-1-5에서는 5초 뒤에 박수를 쳐보라는 지시문과 함께 1초의 사용을 말풍선으로 안내하고 있다 (Figure 13). 이는 앞서 배운 1초의 양감으로 5초를 어림해보라고 한 것이다. 학생은 단위인 1초를 5배하여 5초를 어림할 것이 기대되므로 단위화하기 전략을 제시한 것으로 볼 수 있다. 2015 개정 교과서 2-2-4에는 1분 동안 수건돌리기 놀이가 제시되어 있다. 처음에는 시계를 보며 놀이하다가 나중에 시계를 보지 않고 놀이를 하라고 하여, 참조물 비교 전략을 사용하여 주어진 시간에 대한 대상을 찾도록 의도한 것으로 볼 수 있다.



지금부터 시작하여 5초 뒤에 박수를 쳐 보세요.



**Figure 13.** Unitizing strategy for time estimation (Math 3-1-5, p. 157)

## 6. 넓이와 부피

넓이와 부피는 앞서 고찰한 다른 속성에 비해 어림측정 활동이 매우 드물게 나타나며, 분석 결과는 Table 9, Table 10과 같다.

**Table 9.** Estimation of area

	활동분량	어림측정 유형		어림측정 전략		
		측정값 어림	대상 찾기	참조물 비교	덩어리 짓기	단위화하기
2015개정	1	1	-	-	-	-

넓이의 어림측정을 다룬 것은 2015 개정 교과서가 유일하다. 특화 차시인 탐구수학에서 물건의 넓이를 어림한 후, 직접 구하여 비교해보는 활동으로 제시되었다. 물건의 넓이를 어림하는 것이므로 측정값 어림 유형으로 볼 수 있으며, 어림측정 전략은 드러나지 않는다(Figure 14).



물건의 둘레와 넓이를 구하여 이야기해 봅시다. 준비물 15

- ①에서 정한 물건의 둘레와 넓이를 어림해 보세요.
- 계획한 방법으로 물건의 둘레와 넓이를 구해 보세요.

**Figure 14.** Area estimation activity (Math 5-4-6, p. 143)

한편 부피의 어림측정 활동에서는 교육과정 개정에 따라 분량의 증가와 유형 및 전략의 다양화 경향을 확인할 수 있다. 7차와 2009 개정 교과서에 각각 1개, 2015 개정 교과서에 3개 제시되었다. 2007 개정 교과서에서는 부피의 어림측정을 다루지 않았다(Table 10).

부피의 어림측정 유형을 살펴보면 측정값 어림이 3개, 대상 찾기가 2개이다. 7차 교과서와 2009 개정 교과서에는 부피의 어림측정 활동이

Table 10. Estimation of volume

	활동 분량	어림측정 유형		어림측정 전략		
		측정값 어림	대상 찾기	참조물 비교	덩어리 짓기	단위화 하기
7차	1	1	-	-	-	-
2007개정	-	-	-	-	-	-
2009개정	1	-	1	-	-	-
2015개정	3	2	1	1	-	-
합계	5	3	2	1	0	0

특화 차시에 제시되는데, 7차 교과서에서는 ‘재미있는 놀이’에 원기둥의 부피를 어렵하는 측정값 어림 유형을 제시하고, 2009 개정 교과서에서는 ‘놀이마당’에 선생님께서 말씀하신 부피와 가장 비슷한 직육면체 모양의 물건을 찾아보도록 하는 대상 찾기 유형의 활동을 제시하였다.

한편, 2015 개정 교과서에서는 부피의 단위를 정의할 때 어림측정 활동을 함께 제시하였다. 7차, 2007 개정, 2009 개정까지는 쌓기나무를 이용하여 직육면체를 쌓아보는 수학적 활동을 하고, 이를 통해 부피의 단위인 1cm<sup>3</sup>를 정의하는데 그친 반면, 2015 개정 교과서에서는 부피의 단위를 정의하고, 단위의 양감을 갖게 하는 어림 활동을 뒤이어 제시하였다. 어림 측정 유형과 관련하여 2가지 유형의 활동이 모두 나타났다. 대상 찾기 유형으로 주어진 물건 중 1cm<sup>3</sup>와 가장 비슷한 물건을 찾아보는 활동을, 측정값 어림 유형으로 교실의 부피가 몇 m<sup>3</sup>인지 어림 활동을 제시하였다.

부피의 어림측정 전략은 2015 개정 교과서에 유일하게 나타난다. 부피가 1cm<sup>3</sup>와 가장 비슷한 물건을 보기에서 고르는 활동에 앞서 1cm<sup>3</sup>를 약속하고 1cm<sup>3</sup>에 해당하는 시각적 표현을 함께 제시하여 어림측정 시 참조물로 활용하도록 활동을 구현하였다(Figure 15).

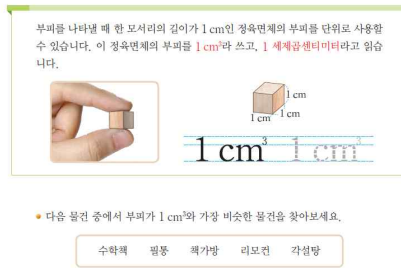


Figure 15. Reference strategy for volume estimation (Math 6-1-6, p. 120)

## V. 결론 및 시사점

본 연구에서는 7차 교육과정부터 2015 개정 교육과정까지 교과서에 제시된 어림측정 활동을 활동 분량, 어림측정 유형, 어림측정 전략의 측면에서 분석하였다. 분석 결과를 바탕으로 하여 다음과 같은 결론 및 시사점을 도출하였다.

첫째, 교육과정의 성취기준으로 다루어지는지 여부와 관계없이 7개 속성 대부분에 대한 어림측정 활동이 교과서에 구현되었다. 길이에 대한 어림측정 활동이 압도적으로 다수 제시되고 있으며, 뒤이어 들이와 무게, 각도의 어림측정 활동도 꾸준히 제시되었다. 특히, 길이와 들이의 어림측정은 7차부터 2015 개정 교육과정까지 성취기준으로 명시되어 있어, 교과서에서도 꾸준히 다루어왔다. 무게는 2007 개정 교육과정부터, 각도는 2009 개정 교육과정부터 성취기준으로 제시되어 교과서에도 같은 흐름이 나타났다. 반면, 시간의 경우 교육과정의 성취기준으로 제시되지 않았음에도 불구하고 10개의 활동이 제시되었다. 또한, 성취기준으로 제시되지 않는 넓이와 부피의 어림측정 활동은 드물게 나타났지만, 현행 교과서에서 점차 확산되는 경향을 확인하였다.

둘째, 각 속성에 따라 어림측정 활동 분량이

매우 다르게 나타났다. 길이는 다른 속성에 비해 지속적으로 그 빈도가 가장 높게 나타났다. 길이는 일상생활에서 활용 기회가 많고 이후 넓이나 부피 학습에 기초가 되므로, 타 속성에 비해 길이 어림측정 활동을 다수 제시하여 길이에 대한 양감 신장을 주요하게 다룬 것으로 보인다. 들이는 교육과정별로 분량이 유사하고, 무게는 최근의 두 교육과정기의 교과서에서 분량이 증가된 것으로 나타났다. 그러나 길이에 비해 타 속성의 어림측정 활동 빈도는 현저히 부족하며, 특히 시간, 넓이, 부피의 어림측정은 소홀히 다루고 있다. 선행 연구에서 길이를 제외한 들이, 무게, 넓이, 부피에서 학생들의 어림측정 능력이 매우 저조한 것으로 나타났는데, 그 이유를 학생들의 경험이 빈약하다는 사실에 두고 있는 것으로 확인된다(Han et al., 2004; Jeon, 2020). 따라서 길이 이외의 다른 속성들에 대한 어림측정 활동 분량을 늘려 학생들에게 충분한 경험을 제공할 필요가 있다. 측정의 궁극 목표가 양감의 형성이므로 이를 위해 어림측정 활동의 분량을 확대하고 양감 지도를 위한 다양한 활동을 제시하는 것이 하나의 해결책이 될 수 있다. 그 예로, 2009 개정 교과서부터 주어진 대상에 알맞은 단위를 찾는 유형의 활동을 일부 단원에서 도입하고 있다(Figure 16). 이러한 활동은 표준단위 및 각 측정 속성에 대한 양감 신장에 도움이 될 것으로 기대된다.

4 □ 안에 알맞은 들이의 단위를 써넣으시오.



Figure 16. Finding the unit of capacity (Math 3-2-5, p. 165)

셋째, 교육과정에서 성취기준의 유무가 교과서의 어림측정 활동에 큰 영향을 미친다. 앞선 첫째와 둘째 결론에서 언급하였듯이, 교과서에서 시간, 넓이, 부피의 어림측정 활동의 미흡은 교육과정 성취기준 유무에서 직접적인 원인을 찾을 수 있다(Table 8~10). 한편 2015 개정 교육과정은 길이, 들이, 무게, 각도에 대한 성취기준만 제시하지만 교과서에서는 속성 7개의 어림측정 활동을 모두 다루고 있다. 이는 교육과정에는 제시되지 않았지만 어림의 중요성을 고려한 교과서 집필진의 선택이며, 오늘날 수학교육계의 경향성을 보여준다고도 할 수 있다. 이에 이후 교육과정 개정 시 시간, 넓이, 부피의 어림측정에 대한 성취기준을 포함하는 것과 관련하여 심도 있는 논의가 필요하다.

넷째, 어림측정의 유형이 속성별, 교육과정별로 다양하게 나타났다. 들이와 무게의 경우 측정값 어림과 대상 찾기의 빈도가 유사하게 제시되었으나, 나머지 속성에서는 차이를 보였다. 길이와 각도는 측정값 어림이, 시간은 대상 찾기가 더 많이 제시되고 있다. 학생들에게 다양하고 적합한 어림측정 활동을 경험하게 하는 것이 중요하므로 교과서에서 어림측정 활동을 구성할 때, 각 속성별로 보다 효율적인 어림측정 유형이 있는지, 있다면 무엇인지 검토해보고, 다양한 어림측정 유형을 고려해야 할 것이다. 이때, Bright (1976)의 어림측정 유형이 기준의 역할을 할 수 있다. 활동 구성 시, 측정값 어림 및 대상 찾기 유형과 더불어 대상의 제시 여부, 보기 대상의 제시 여부, 단위의 제시 여부 등(Figure 1 참조)을 고려한다면, 학생들이 보다 다양한 어림측정 유형을 경험할 수 있을 것이다.

다섯째, 어림측정의 전략이 교육과정별, 속성별로 다양하게 나타났다. 교육과정에 따라 제시되는 어림측정 전략의 빈도 및 종류가 상이하였



으나, 교육과정이 개정됨에 따라 어렵측정 전략을 포함한 활동의 증가 경향을 확인하였다. 2015 개정 교과서의 경우, 길이, 둘이, 무게는 어렵측정 전략 3가지가 모두 드러나지만, 이외의 속성에서는 일부 전략만 제시되었다. 학생들의 어렵측정 전략을 알아보는 선행 연구에서도 다양한 전략을 사용한 길이 어렵과 달리 이외의 속성에 대해서는 적절한 어렵측정 전략을 갖지 못한 것으로 나타났다. 특히, 둘이를 어렵할 때 길이 속성인 높이를 제시하는 오류를 범하거나, 넓이를 어렵할 때 공식에 매우 의존한다는 점 등은 각 속성에 대한 적절한 어렵측정 전략을 경험해야 함을 함의한다. 어렵측정 전략이 어렵측정에 도움을 준다는 선행 연구 결과를 고려할 때, 각 속성에 대해 적절한 어렵측정 전략을 배울 수 있도록 활동을 고안해야 할 것이다.

여섯째, 지도를 이용한 km의 어렵측정 활동에 대한 재고가 필요하다. 2015 개정 교육과정에서 km에 대한 어렵측정을 성취기준으로 명시하고 있어, 교과서 3-1-5에서 Figure 6과 같은 지도 상의 어렵측정 활동을 제시하였다. 교과서에 제시된 지도를 보며 학생들은 참조물 비교 전략 및 단위화하기 전략 등을 이용해 지도 위의 다양한 거리를 어렵하게 된다. 이는 어렵측정 전략 및 비례적 추론 능력 향상에 도움이 되지만, km에 대한 실제적인 양감을 갖게 하기는 어려워 보인다. 교과서에서도 이를 보완하기 위해 ‘우리 학교에서 다른 장소까지의 거리도 어렵하고 확인해 봐야지.’라는 문장을 넣었으나 말풍선으로 제시되어 있어, 수업 시 지도에서 거리를 추론하는 활동이 더 중요하게 다뤄질 가능성이 있다. 한 가지 대안으로서 학생들의 살고 있는 지역을 바탕으로 거리를 실제로 어렵하고 인터넷 지도를 통해 확인해보는 활동을 주요 활동으로 구성하는 것이 학생들에게 실제적인 어렵측정의 기회

를 제공하고 km에 대한 양감을 키워주는 데 도움이 될 것이다.

## 참고문헌

- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bright, G. W. (1976). Estimation as part of learning to measure. In D. Nelson, & R. E. Reys (Eds.), *Measurement in school mathematics (1976 Yearbook)*. (pp. 87-104). Reston, VA: NCTM.
- Byun, H. & Shin, H. (2009). An analysis of the elementary school teacher's current instruction for measurement. *The Journal of Korea Elementary Education*, 20(12), 55-77.
- 변혜진, 신향균(2009). 측정 영역에 대한 초등 교사의 지도 실태 분석. **한국초등교육**, 20(12), 55-77.
- Coburn, T. G., & Shuttle, A. P. (1986). Estimation in measurement. In H. L. Schoen, & M. J. Zweng (Eds.), *Estimation and mental computation (1986 Yearbook)* (pp. 195-293). Reston, VA: NCTM.
- Han, K., Ryu, J., & Moon, B. (2004). Investigation on the elementary-school children's ability of estimation and measurement. *The Journal of the Smeieccu*, 25(1), 383-401.
- 한광래, 류재인, 문병찬(2004). 초등학교 학생들의 어렵 및 측정능력에 관한 연구. **교과교육연구**, 25(1), 383-401.
- Han, K., Nam, Y., & Yoon, J. (2019). Elementary science and mathematic gifted students' strategies for measurement estimation of atypical shape.

- Journal of Gifted/Talented Education*, 29(4), 541-557.
- 한금주, 남윤경, 윤진아(2019). 초등 과학영재와 수학영재들의 어림측정 전략 비교. **영재교육연구**, 29(4), 541-557.
- Jeon, H. (2020). *An analysis on the estimation skills and strategies of the sixth graders*. Unpublished master's thesis, Gwangju National University of Education.
- 전현진(2020). **초등학교 6학년 학생들의 어림 측정 능력과 전략 분석**. 광주교육대학교 석사학위논문.
- Kim, T. (1997). *An analysis of achievement scores of elementary students in the area of measurement*. Unpublished master's thesis, Korea National University of Education.
- 김택본(1997). **초등학교 아동의 측도영역에 대한 학업성취도 분석**. 한국교원대학교 석사학위논문.
- Keo, J. (2010). Textbook analysis about length estimation and exploration for an alternatives. *Communications of Mathematical Education*, 24(3), 587-610.
- 고정화(2010). 길이 어림과 관련된 교과서 분석 및 대안 모색. **수학교육논문집**, 24(3), 587-610.
- Lee, S., Lee, J., & Park, K. (2018). A comparative analysis of measurement domain of elementary school mathematics curriculum in Korea and Japan: centered on extensive quantity. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 21(1), 19-37.
- 이승은, 이정은, 박교식(2010). 우리나라와 일본의 초등학교 수학과 교육과정 측정 영역의 비교·분석: 외연량을 중심으로. **한국학교수학회논문집**, 21(1), 19-37.
- Ministry of Education (2015). *Mathematics Curriculum*. Notification of the Ministry of Education No. 2015-74 [vol. 8].
- 교육부(2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8].
- Ministry of Education (2018a). *Mathematics 3-2*. Seoul: Chunjae Education.
- 교육부(2018a). **수학 3-2**. 서울: (주)천재교육.
- Ministry of Education (2018b). *Mathematics teacher's guidebook 3-2*. Seoul: Chunjae Education.
- 교육부(2018a). **수학 3-2 교사용지도서**. 서울: (주)천재교육.
- Nam, S., Park, S., Shin, J., Ryu, S., Cho, J., & Kim, O. (2003). *Development of mathematical education program for elementary school teachers*. Ministry of Education & Human Resources Development.
- 남승인, 박성택, 신준식, 류성림, 조정수, 김옥경(2003). **초등교사 교육을 위한 수학 교과 교육 프로그램 개발**. 교육인적자원부.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pang, J., Kwon, M., Kim, M., Choi, I., & Sunwoo, J. (2016). A comparative analysis of capacity and weight in elementary mathematics textbooks of Korea, Japan, Singapore, and the US. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 20(4), 627-654.
- 방정숙, 권미선, 김민정, 최인영, 선우진 (2016). 한국, 일본, 싱가포르, 미국의 초등학교 수학 교과서에 제시된 들이와 무게 지도 방안에 대한 비교 분석. **한국초등수학교육학회지**, 20(4), 627-654.

- Park, K. (2015). An analysis on types and strategies of estimation in measurement in the textbooks according to 2009 revised elementary mathematics curriculum. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 19(3), 267-287.
- 박교식(2015). 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정에 따른 교과서의 어렵재기 유형 및 전략 분석. *한국초등수학교육학회지*, 19(3), 267-287.
- Park, S. (2007). *An analysis of the strategies for measurement estimation adopted by fifth and sixth graders*. Unpublished master's thesis, Korea National University of Education.
- 박승주(2007). *초등학교 고학년 아동들이 사용하는 어렵측정 전략에 관한 분석*. 한국교원대학교 석사학위논문.
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2015). *Helping children learn mathematics*.
- 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 역(2017). *초등교사를 위한 수학과 교수법*. 서울: 경문사.